Варианты вступительных работ по физике в 9 класс

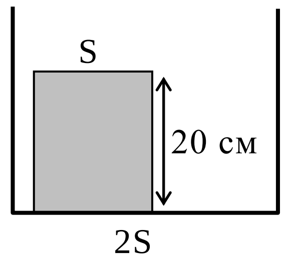
2008 год

1. Два муравья безостановочно ползают туда-сюда по линейке длиной 15 см. Скорость первого муравья 3 см/мин, а второго 5 см/мин. Стартуют они с противоположных концов линейки.
   а) На одном и том же графике нарисуйте зависимости координаты от времени для обоих муравьев.
   б) Сколько раз муравьи встретятся за один час?

2. На газовой горелке подогревают воду в кастрюле. Сколько газа сгорает ежесекундно, если 0,5 л воды, взятой при 0°С, за 3 мин нагревается до кипения и 2% ее испаряется? КПД горелки равен 50%. Удельная теплоемкость воды 4200 Дж/кг·град, удельная теплота парообразования воды $2{,}3\cdot10^6$ Дж/кг, удельная теплота сгорания газа $44\cdot10^6$ Дж/кг.

3. Два пробковых кубика разного размера – большой и маленький – всплывают со дна глубокого водоема. Как вы думаете, какой из них всплывет раньше?
   а) Если не учитывать силу сопротивления воды.
   б) Если учитывать силу сопротивления воды. (Считайте силу сопротивления пропорциональной площади грани кубика.)

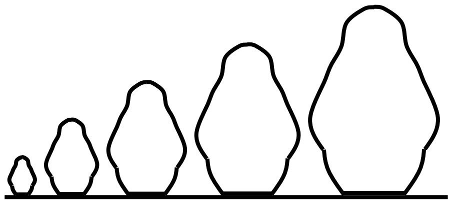
4. В пустую кастрюлю с площадью дна 2S поставили прямоугольную льдинку площади S и высотой 20 см. Кастрюлю начинают нагревать, и льдинка начинает таять с постоянной скоростью. Нарисуйте примерный график зависимости уровня воды в кастрюле от времени, если вся льдинка растаяла за 10 минут. Плотность льда 0,9 г/см^3.



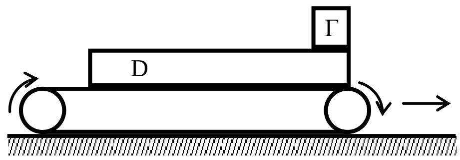
5. Электроплитку мощностью 440 Вт и электроплитку мощностью 880 Вт включили в сеть, соединив их последовательно.
   а) В какой из плиток выделяется больше теплоты?
   б) Во сколько раз?

2010 год

1. Вставляемые друг в друга матрешки имеют тонкие корпуса одинаковой толщины, сделанные из одной породы дерева. Если их поставить в ряд "по росту", начиная с самой маленькой, их высоты будут относиться друг к другу как 1:2:3:4:5 (т.е., например, самая высокая в 5:1=5 раз выше самой маленькой, третья в 3:1=3 раза выше самой маленькой и т.д.). Известно, что самая маленькая матрешка весит 18 г. Сколько весят все они вместе?



2. Лента транспортера начинает двигаться по ровной дороге с постоянной скоростью 5 см/с. На ленте лежит доска D длиной 6 м, шириной 0,5 м, толщиной 2 см. Плотность материала доски 0,5 г/см^3. На переднем крае доски лежит груз Г массой 10 кг, причем ни груз относительно доски, ни доска относительно ленты не скользят.
   а) С какой скоростью двигается груз?
   б) Через какое время доска с грузом начнут терять равновесие? (Начальное положение системы указано на рисунке).



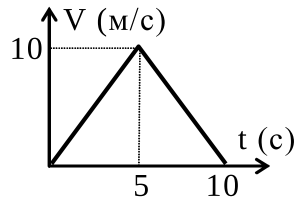
3. Водолаз в костюме имеет среднюю плотность 1,2 г/см^3 и массу 72 кг. Кроме того, он использует в качестве утяжеляющего балласта сетку с камнями массой 8 кг и плотностью 4 г/см^3,а для подъема – пробковый шар. Известно, что водолаз ходил по дну, имея балласт и шар, а затем выбросил балласт и всплыл на поверхность водоема. Каким мог быть объем пробкового шара? (Укажите, по возможности, все допустимые значения. Плотность пробки равна 0,2 г/см^3.)

4. В высокий легкий стакан с площадью дна 50 см^2 налита вода массой 200 г и начальной температурой 0°С. Затем в воду каплями массой по 1,36 г начинает капать ртуть температурой 100°С. Каждую секунду в стакан падает 10 капель ртути. Плотность воды 1000 кг/м^3, ртути 13600 кг/м^3; теплоемкость воды 4200 Дж/кг·град, ртути 140 Дж/кг·град.
   а) Каким будет давление жидкости на дно стакана через 50 секунд?
   б) Какой будет температура воды в стакане через 50 секунд?
   б) Постройте примерный график зависимости температуры воды в стакане от времени за 1000 секунд.

5. У Незнайки была электрическая лампочка, горевшая с некоторой мощностью. Чтобы получить мощность в 2 раза большую, Незнайка сделал другую лампочку из тех же материалов, все размеры деталей которой (кроме патрона) были ровно в 2 раза больше, и ввинтил ее на место первой. Известно, что обе лампочки светились за счет нагреваемых проволочек, свойства которых не зависят от температуры.
   а) Достиг ли Незнайка своей цели?
   б) Температура проволочки какой из лампочек (когда она горела) была выше?

2011 год

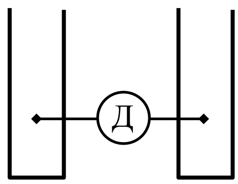
1. Во время небольшой пробежки скорость спортсмена менялась так, как показано на графике.



   а) Постройте график зависимости координаты спортсмена от времени.
   б) Постарайтесь как можно точнее определить, в какой момент времени средняя скорость спортсмена была максимальна.

2. В электрическом чайнике находятся 2,2 л воды. После включения чайника в сеть с постоянным напряжением 220°В он начинает кипеть примерно через 100 секунд. Через какое время закипит в этом чайнике 1 л воды, если его включить в сеть с напряжением 100 В? КПД чайника в обоих случаях одинаков и равен 84%. Начальная температура воды в обоих случаях 12°С, теплоемкость воды 4200 Дж/кг·град.

3. Есть два одинаковых сосуда объема 1 л. В один полностью налита вода при температуре 0°С, а другой заполнен равными объемами воды и льда. Оба сосуда поставили на нагреватели мощностью 2,1 кВт и с помощью датчика измеряют разность температур между содержимым сосудов. Постройте график показаний датчика в зависимости от времени. Теплоемкость воды 4200 Дж/кг·град, удельная теплота плавления льда 336000 Дж/кг. Теплоемкость стенок сосудов и потери тепла не учитывайте.

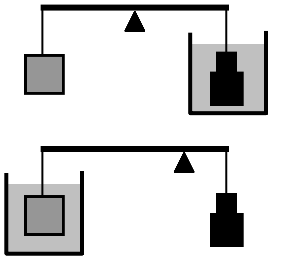


4. Если две лампочки подключить последовательно, то первая имеет мощность 22,5 Вт, а если параллельно, то эта же лампочка имеет мощность 160 Вт. Чему равна в каждом из случаев мощность второй лампочки? Напряжение сети постоянно и равно 220 В.

5. Винни-Пух и Пятачок устроили заплыв вдоль реки от пункта А до пункта Б. Не умея плавать, Пятачок лег на надувной матрас и, загорая, сплавлялся по реке до Б, а Винни-Пух проплыл по реке до Б, развернулся и поплыл к другу. Встретившись с Пятачком, Винни затем опять разворачивался, доплывал до Б, затем опять к Пятачку и т.д. Когда друзья закончили заплыв, они подсчитали, что Винни-Пух проплыл в 3 раза больше, чем Пятачок. Найдите скорость течения реки, если относительно воды Винни всегда плыл с постоянной скоростью 4,5 км/ч.

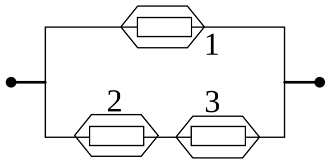
2012 год

1. Куб со стороной 5 см и плотностью материала 1600 кг/м^3 уравновесили на рычаге с одинаковой длиной плеч небольшой гирей, полностью погруженной в воду (рис. 1). Когда же гирю вынули из воды, а куб наоборот, полностью в воду погрузили, то для сохранения равновесия точку опоры пришлось сдвинуть так, чтобы плечо, на котором висел куб, составило 4/5 от всей длины рычага (рис. 2). Зная это, определите плотность гири. Плотность воды 1000 кг/м^3.

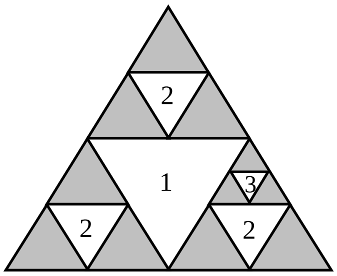


2. В очень высокий сосуд, где находится 900 г колотого льда, плавающего в 3 л воды, начинают насыпать с постоянной скоростью 300 г/сек горячий песок (его температура 100°C). Площадь дна сосуда 100 см^2; плотность песка 3 г/см^3; теплоемкость воды 4200 Дж/кг·град, льда 2100 Дж/кг·град, песка 840 Дж/кг·град; теплота плавления льда 336 кДж/кг.
   а) Постройте график зависимости уровня воды в сосуде от времени в течение первых 2-х минут и кратко поясните его.
   б) Постройте график зависимости температуры в сосуде от времени в течение первых 2-х минут и кратко поясните его.

3. У Незнайки в комнате сломалось отопление, и он решил обогреть хотя бы самого себя с помощью электрических грелок. У него было 3 одинаковых маленьких грелки, он собрал из них схему (см. рисунок) и включил. При этом его порадовала только грелка №1, нагревшаяся до 40°C, и огорчили грелки №2 и №3, температура которых установилась равной 13°C. Грелки всегда имеют одинаковое сопротивление, при этом они нагреваются пропорционально своей мощности, а на температуру воздуха в комнате они практически не влияют.
   а) Объясните, почему так произошло.
   б) Не могли бы вы определить температуру в комнате у Незнайки?



4. В лаборатории для некоторого эксперимента понадобилось изготовить дырчатый проводник. Для этого взяли стержень с треугольным сечением и на первом этапе аккуратно удалили из него треугольную "сердцевину" (аккуратность нужна, чтобы весь объект не распался). На втором этапе проделали сердцевинные треугольные отверстия во всех образовавшихся меньших треугольных стержнях, на третьем – в еще меньших и т.д. (На рисунке показан поперечный разрез стержня, в котором есть все отверстия, проделанные на первом и втором этапе, и одно отверстие третьего этапа). В лаборатории удалось полностью осуществить четыре этапа треугольного "продырявливания". Каким стало общее сопротивление получившегося проводника, если сопротивление исходного стержня было 162 Ом?



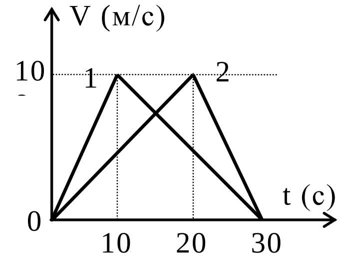
2013 год

1. Два спортсмена совершали разминочные пробежки по одной дорожке, а тренер нарисовал графики зависимости их скоростей от времени (см. рис.). Стартовали спортсмены одновременно из одной точки.

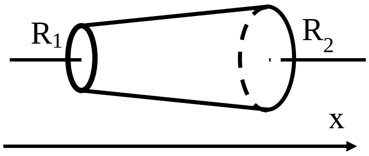
   а) Сравните средние скорости спортсменов за все время разминки.

   б) В какой момент времени расстояние между спортсменами было наибольшим? Кто при этом был впереди?

   в) Чему равнялось это расстояние?



2. Нагревательный элемент сделан как сплошной однородный цилиндр, но с изменяющимся радиусом. Для подогрева его включили в сеть и подождали некоторое время. Нарисуйте, как качественно изменяется установившаяся температура в элементе в зависимости от x – расстояния вдоль его оси. Ответ поясните.

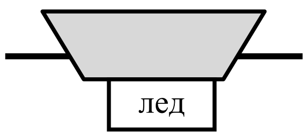


3. Белые карлики – это такие сильно сжавшиеся старые звезды, в которых никакой термоядерный подогрев внутри уже не идет, и они, излучая, медленно остывают. Пусть ученые обнаружили два карлика: "маленький" радиуса R и массы 8M и "большой" радиуса 2R и массы M (у белых карликов чем больше размер, тем меньше их масса). Оба карлика имели одинаковую температуру и одинаковый состав вещества. Известно, что "маленький" карлик остывает на 1° за 800 тысяч лет.

   а) Быстрее или медленнее остынет на 1° "большой" карлик? Ответ поясните.

   б) За какое примерно время остынет на 1° этот карлик?

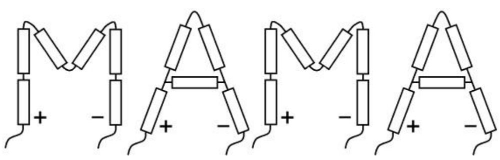
4. У рыбаков случился большой улов рыбы, и наполняемое судно-холодильник уже погрузилось до допустимого уровня, однако каждую минуту в него поступают новые 100 кг улова. Для остановки дальнейшего погружения, был предложен следующий способ: начать замораживать дно судна, чтобы к нему примерзал лед. Найдите необходимую для этого мощность отъема тепла холодильной установкой. Считайте, что температура забортной воды 0°C, теплоемкость воды 4200 Дж/кг·град, удельная теплота замерзания льда 336000 Дж/кг, а его плотность 900 кг/м^3.



5. Изучив электричество, ребенок собрал слово "мама" из светящихся трубочек. Все трубочки имеют одинаковые сопротивления по 4 Ом. Между плюсом "+" и минусом "–" каждой буквы ребенок подал напряжение 24 В.

   а) С какой мощностью горят центральные трубочки буквы "М"?

   б) С какой мощностью горит перекладина буквы "А"?



2014 год

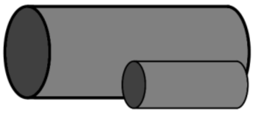
1. Теплокровность – это свойство живых организмов поддерживать постоянную температуру тела независимо от температуры окружающей среды. Приведите физическое объяснение, почему на Земле не встречается теплокровных насекомых.

2. В тридесятом царстве, в серебряном государстве, где серебро ничего не стоит, решили удешевить используемые золотые монеты. Монеты весом 98 г из чистого золота стали чеканить того же размера и формы, но из сплава золота с серебром. При этом монета считалась дешевой, когда она переставала тонуть в ртути. Плотность золота 19,6 г/см^3, серебра 10,8 г/см^3, ртути 13,6 г/см^3.
   а) На сколько грамм минимум дешевая монета должна быть легче золотой?
   б) Сколько процентов составляет стоимость такой монеты от золотой?

3. Муля любит мороженое и всегда держит в морозилке два одинаковых ведерка с ним. Как-то его холодильник сломался. Пока Муля занимался починкой, в одном ведерке, стоявшем на столе, ровно половина мороженого растаяла. А с другим ведерком случилась беда: пришел Хрюля, съел из него 450 г мороженого, после чего поставил ведерко на батарею, где все нагрелось до 35°C. Муля прогнал Хрюлю и убрал ведерки в починенную морозилку. До температуры –20°C мороженое в обоих ведерках охладилось одновременно. Считайте, что мороженое плавится при 0°C, его удельная теплота плавления λ=320 кДж/кг. Удельная теплоемкость замерзшего мороженого C_1=2000 Дж/кг·град, растаявшего – C_2=4000 Дж/кг·град. Теплоемкость ведерок не учитывайте и считайте, что морозилка отнимает тепло у обоих ведерок с постоянной и одинаковой скоростью.
   а) Мороженое в каком ведерке раньше полностью замерзло?
   б) Сколько мороженого было в полном ведерке?

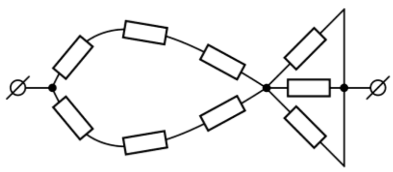
4. Незнайка сделал вывеску для рыбного ресторана, составленную из светящихся трубочек сопротивлением 50 Ом каждая. Затем он соединил все проводками так, как показано на картинке.
   

   а) Нарисуйте, что примерно будет видно ночью, когда вывеску включат в сеть.
   б) С какой полной мощностью будет гореть вывеска, если напряжение в сети 300 В?

5. Планетоход обнаружил на исследуемой планете 2 цилиндра из одинакового неизвестного металла. Все размеры большого цилиндра ровно в 3 раза превышали размеры маленького. Когда на маленький цилиндр подали постоянное напряжение, он за 10 сек нагрелся до температуры плавления. Не дав расплавиться, напряжение сразу отключили, однако цилиндр затем остывал очень долго (примерно 3 часа).
   
   а) За какое время нагреется до температуры плавления большой цилиндр при том же поданном напряжении?
   б) Быстрее или медленнее он затем остынет?

2015 год

1. Бассейн наполняется целиком водой за 20 минут, и далее вода с той же скоростью продолжает течь из кранов, выливаясь через край бассейна. В кранах установили такой тепловой режим, что первые 10 минут течет холодная вода (20°C), затем 10 минут горячая (60°C), затем снова 10 минут холодная, 10 минут горячая и т.д. Вода в бассейне хорошо перемешивается, теплопотери не учитывайте.
   а) Бассейн начали наполнять с холодной воды. Выше или ниже 30°C будет вода в бассейне через полчаса после наполнения?
   б) Нарисуйте примерный график изменения температуры в бассейне от времени.

2. На вывеске из одинаковых светящихся трубок собрано символическое изображение рыбы.
   
   а) Где трубки вывески светятся ярче (мощнее): в туловище "рыбы", или в ее хвосте? Во сколько раз?
   б) Чему равно сопротивление одной светящейся трубки, если при подаче напряжения 220 В вся вывеска потребляет мощность 220 Вт?

3. У школьника есть два куска провода, длинный и короткий, одинаковой толщины и из одного материала. Он соединял их друг с другом сначала последовательно (а), затем – параллельно (б), каждый раз подключая к одному и тому же источнику постоянного напряжения. Для каждого из случаев помогите школьнику ответить на вопрос: в каком проводе (длинном или коротком) скорость электронов была выше?
   в) Верно ли предположение школьника, что если по куску провода электроны текут быстрее, то и нагревается он сильнее? Ответ обоснуйте.

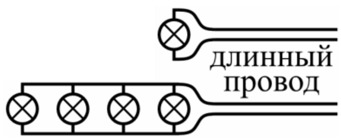
4. Туристы ходили в двухдневный поход. В первый день они вышли из пункта А, шли по лесу, затем в два раза медленнее по болоту. Потом в полтора раза быстрее, чем по лесу, плыли по течению реки. На весь переход до В у них ушло 8 часов. Во второй день они плыли против течения с такой же скоростью, как затем шли по болоту, по болоту же и по лесу двигались так же, как и в первый день. Весь путь у них занял 12 часов. По течению и против течения туристы гребли с одинаковыми усилиями.
   

   а) Сколько времени туристы плыли по реке в первый и во второй день?
   б) Если мы еще знаем, что время движения туристов по лесу равно времени движения по болоту, и что расстояние АВ равно 30 км, то можем ли мы вычислить скорость течения реки?

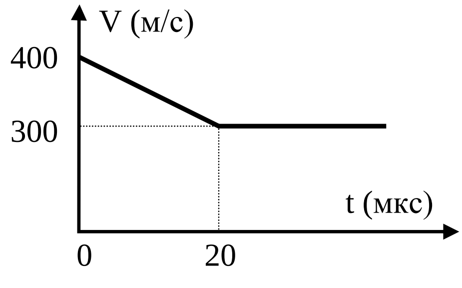
2016 год

1. У двух четырехколесных машин, маленькой и большой, камеры колес сделаны из мягкой резины одинаковой для обеих машин толщины. Покрышек у машин нет, большая машина – это пропорционально увеличенная маленькая, за исключением толщины резины.
   а) В камерах какой машины нужно поддерживать большее давление, чтобы шины не сминались до обода?
   б) Если давление во всех восьми шинах сделать одинаковым и начать плавно его увеличивать, то у какой машины камеры лопнут раньше?

2. В небольшом пруду долго, не меняясь по величине, плавали две льдины, одна по всем размерам в два раза больше другой. Выглянуло теплое весеннее солнце, и через час масса маленькой льдины уменьшилась вдвое и стала равной 1 кг. Считайте, что в пруду хороший теплообмен, и вся вода имеет одинаковую температуру.
   а) Какой стала масса большой льдины?
   б) Как качественно изменилась температура воды в пруду: уменьшилась, увеличилась или осталась прежней?
   в) Как изменился уровень воды?

3. Для освещения в экспедиции использовали стабильный аккумулятор, дававший при любой нагрузке 12 В, и одинаковые лампы, рассчитанные при этом напряжении на мощность 36 Вт. Однако, когда в пещеру протянули длинный провод, использованная лампа показала мощность лишь 16 Вт.
   

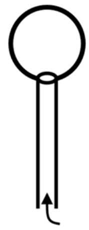
   а) Объясните, почему это могло произойти.
   б) Для большей освещенности вместо одной лампы по тому же проводу подключили 4 параллельно соединенные лампы. Какую мощность покажет каждая из них?

4. Маленькая свинцовая пуля, имевшая после выстрела температуру 125°C, попала в деревянную доску. Справа приведен график зависимости скорости пули от времени. Теплоемкость свинца равна 140 Дж/кг·град; 1 мкс=10^{-6} с.
   

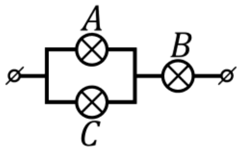
   а) Чему равна толщина доски?
   б) Нарисуйте примерный график зависимости температуры пули от времени при пробивании доски. Пуля получает половину выделяющегося тепла при столкновении.

2017 год

1. Гулливер с удивлением узнал, что жители Лилипутии измеряют расстояние в *лилипрыгах* (равных 5 см), время – в *лилимигах*, вес – в *лилипудах* (равных 16 г). Соответствующая им единица мощности в Лилипутии называется *лилипых*. Как-то лилипуты собрали автомобиль мощностью 1500 *лилипыхов*, что в системе СИ равнялось 60 Вт. Чему равна длительность одного *лилимига* в секундах?

2. По тонкой трубке подается жидкий пластик и теплый воздух постоянной температуры, и на ее конце по очереди образуются прозрачные шарики. Все они имеют тонкие оболочки одинаковой толщины и отрываются примерно в тот момент, когда их средняя плотность (то есть оболочки и содержимого) сравнивается с плотностью окружающего воздуха.
   
   а) Какие силы отрывают шарик от трубки?
   б) Как изменится размер отрывающихся шариков, если подогрев воздуха из трубки ослабнет (то есть он будет подаваться с меньшей температурой)?

3. Фирма ЧайОК выпускала электросамовары объемом V_1=4 л с мощностью подогрева P_1=4 кВт. Холодная вода от начальной температуры 0°C доходила в них до кипения за 500 секунд. Выйдя на международный рынок, фирма стала выпускать самовары той же формы, но объемом V_2=13,5 л (3 галлона) с увеличенной мощностью подогрева P_2=13,5 кВт. Быстрее, медленнее или за те же 500 секунд вода будет доходить до кипения в таких самоварах? Материал и толщина стенок у больших и маленьких самоваров одинаковы.

4. Из двух лампочек *A* и *B* номинальной мощностью 110 Вт каждая и лампочки *C* мощностью 44 Вт собрали схему (см. рисунок) и включили в сеть напряжением U_0=220 В.
   

   а) Какая из трех лампочек горит ярче всех? Ответ поясните.

   Чтобы увеличить общую яркость, ту же схему включили в цепь напряжением U_1=380 В, но для страховки последовательно с ней подключили предохранитель – устройство практически без сопротивления, но размыкающее цепь, если сила тока в нем превосходит 0,5 А.
   б) Разомкнет ли цепь предохранитель?

   Примечание: Номинальные мощности лампочек подсчитаны при их одиночном подключении к сети 220 В; их сопротивление не меняется при изменении протекающего через них тока.

2018 год

1. Избыточная подъемная сила моторчика Карлсона равна 1000 Н (то есть такой вес Карлсон может поднимать помимо себя). Карлсон увидел в горячем колодце площадью S=1 м^2 и глубиной h=2 м большой шар объема V=0,5 м^3 и попытался его вытянуть за легкую веревку, привязанную к шару. Однако он не смог оторвать шар от дна, поэтому стал приносить пудовые пакеты с солью и высыпать их над колодцем. Соль тут же растворялась. Когда Карлсон высыпал 50 пакетов, он снова потянул за веревку, и на этот раз шар оторвался от дна. Укажите, какой могла быть плотность шара. Один пуд равен 16 кг; при высыпании одного мешка соли уровень воды в колодце повышался на 1 см.
2. Двужильный кабель – это два идущих вместе изолированных провода. Такой кабель длиной L=4 км повредился: между проводами стал протекать ток. Чтобы определить место повреждения кабеля, к проводам одного конца кабеля подключили батарею напряжением U=15 В. При этом оказалось, если провода на другом конце кабеля разомкнуты, ток через батарею равен I_1=1 А. Если провода на другом конце кабеля замкнуты накоротко, ток через батарею равен I_2=1,8 А. Сопротивлением батареи пренебрегите. Сопротивление единицы длины каждого провода равно ρ=1,25 Ом/км.
   а) На каком расстоянии от конца кабеля находится место повреждения?
   б) Чему равно сопротивление изоляции в месте повреждения?
3. Ученик ФТШ любит кофе, мороженое и физическую лабораторию. Он для опытов взял большие и маленькие чашки одинаковой формы с кофе одинаковой температуры и большие и маленькие шарики одинаково начинающего подтаивать мороженого. При этом радиусы больших чашки и шарика были в два раза больше радиусов маленьких чашки и шарика.
   Школьник провел опыты четырех типов:

ММ:	положил маленький шарик в маленькую чашку
МБ:	положил маленький шарик в большую чашку
БМ:	положил большой шарик в маленькую чашку
ББ:	положил большой шарик в большую чашку

   Для всех опытов он измерял время полного таяния шарика в минутах и результаты занес в таблицу:

4	5	Х	много

   Запись Х означает, что школьник плохо измерил результат (но он больше 5 минут), а запись "много" – что ему стало лень ждать окончания опыта.
   а) Какому типу опыта (*ММ, МБ, БМ, ББ*) какой результат соответствует? Ответ поясните.
   б) Не могли бы вы довольно точно указать, чему равно Х, если остальные результаты верны?
4. Электролиз воды – это процесс получения водорода и кислорода при пропускании через некоторые водные растворы электрического тока. Можно пытаться получать электролизом водород и таким способом накапливать электроэнергию как топливо. При пропускании через раствор примерно Q=96 Кл электрического заряда получается m=1 мг водорода. Удельная теплота сгорания водорода приблизительно $q_{уд}=120\cdot10^6$ Дж/кг.
   а) Каков КПД накопления энергии с помощью устройства для электролиза, работающего при напряжении U=5 В?
   б) Оцените, при каком наименьшем напряжении электролиз в принципе может идти.

2019 год

1. Летом была сильная жара и три друга захотели выпить холодной воды. Для этого они добавили в тёплую воду одинаковые кубики сильно замороженного льда массой $m = 10$ г из морозилки и подождали, пока вода остынет. Петя налил в свой стакан 50 мл теплой воды и у него кубик льда даже увеличился до $m_1 = 11$ г. Вася налил себе 100 мл тёплой воды и у него размеры кубика льда в тепловом равновесии остались прежними. Миша налил в стакан 200 мл теплой воды. Какой будет масса льда m_3 в стакане у Миши?

2. Зонд представляет собой мяч с встроенным в него прибором массы $\mathrm{m} = 1{,}3$ кг и постоянного объёма; в остальном мяч делают из вещества, чья плотность зависит от температуры по закону $\rho = (1 - \alpha \mathrm{T})\rho_0$, где Т – температура зонда в °С, $\alpha = 1/200°\mathrm{C}$ – постоянная вещества, а $\rho_0 = 1000\,\text{кг}/\text{м}^3$ – плотность воды.

   А) По расчётам, при $T_1 = 20°\mathrm{C}$ зонд имеет общий объём $V = 0{,}01\,\text{м}^3$ и висит в воде неподвижно. Найдите среднюю плотность прибора.

   Б) Оказалось, однако, что из-за работы прибора зонд нагревается. До какой температуры T_2 должен нагреться зонд, чтобы он приобрёл среднюю плотность $960\,\text{кг}/\text{м}^3$?

3. Для измерения сопротивления резистора собрали две электрические схемы с неидеальными (имеющими свои неизвестные сопротивления) амперметром и вольтметром. В обоих случаях на клеммы CD подавали одинаковое напряжение. В первом случае вольтметр показал напряжение $\mathrm{U}_1 = 190$ В, а амперметр – ток $\mathrm{I}_1 = 1{,}9$ А. Во втором случае показания вольтметра и амперметра были равны $\mathrm{U}_2 = 170$ В и $\mathrm{I}_2 = 2$ А. Определите сопротивление резистора R.

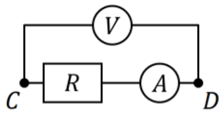


Схема №1

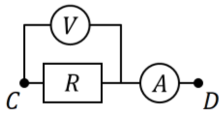


Схема №2

4. Садко одновременно высыпал в море-окиян золотые ($\rho_з \approx 20\,\text{г}/\text{см}^3$) и серебряные ($\rho_с \approx 10{,}5\,\text{г}/\text{см}^3$) монеты одинакового размера. Все монеты тонули с постоянной скоростью, причём скорость серебряных была $\mathrm{v}_с = 1{,}9\,\text{м}/\text{с}$, но золотые монеты упали в кладовую Морского Царя на дно моря-окияна на $\mathrm{t} = 400$ с раньше. Известно, что сила сопротивления движению любой монеты равна $\mathrm{F}_{\text{сопр}} = \mathrm{bv}$, где v – скорость монеты, а $\mathrm{b} = 0{,}1\,\text{Н} \cdot \text{с}/\text{м}$ – постоянный коэффициент.

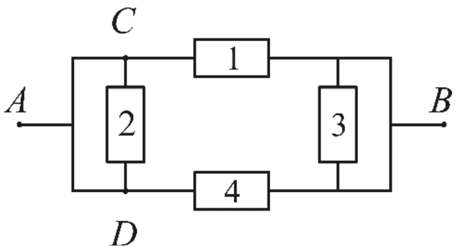
   А) Найдите массу серебряной монеты.

   Б) Найдите глубину моря-окияна там, где находится кладовая Морского Царя.

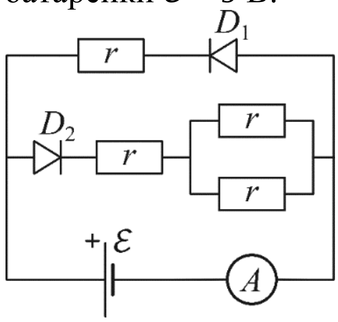
   Примечание: плотность моря-окияна считайте $\rho = 1\,\text{г}/\text{см}^3$.

2020 год

1. Корабль плывет со скоростью 12 м/с. Флаг на мачте корабля направлен горизонтально, под прямым углом к направлению движения. Анемометр (прибор для измерения скорости ветра), установленный на корабле, показывает 5 м/с. Что показывает анемометр, установленный на берегу?
2. В легкий стакан объема 0,25 л налито 200 г воды температурой 20°С и сыплют мелкий горячий песок (100°С) плотности 3 г/см3 и теплоемкости 1400 Дж/(кг·°С). Теплоемкость воды 4200 Дж/(кг·°С). Какой будет температура системы, когда стакан полностью заполнится?
3. К однородному стержню длиной 120 см и массой 8 кг подвешены два груза. К левому концу стержня подвешен груз массой 3 кг, а к правому – груз массой 9 кг. Стержень подвесили на нити так, что стержень находится в равновесии. На каком расстоянии от левого конца стержня находится точка подвеса?
4. Каково сопротивление между точками A и B, если все резисторы имеют одинаковое сопротивление по 4 Ома?



5. Через идеальные диоды D_1 и D_2 ток может протекать только в направлении стрелки. Если ток через диод протекает, то напряжение на идеальном диоде равно нулю. Какой ток пойдет через идеальный амперметр A в схеме, показанной на рисунке? Все сопротивления r = 10 Ом, ЭДС батарейки $\mathcal{E}$ = 9 В.



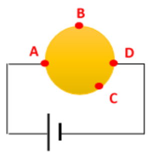
6. Лампочки 1, 2 и 3 при включении в сеть по отдельности имеют мощности P_1 = 25 Вт, P_2 = 100 Вт и P_3 = 200 Вт соответственно. Как относятся мощности лампочек при их последовательном соединении? Считайте, что сопротивления лампочек не зависят от температуры.
7. Возможна ли ситуация, когда телу передают какое-то количество теплоты, не вызывая при этом повышения его температуры? Ответ поясните.

2021 год

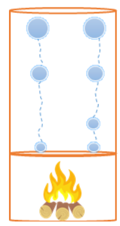
1. При небольших изменениях температуры плотность любого газа можно приблизительно рассчитывать по формуле $\rho = \rho_0 \left(1 - \frac{t^\circ}{270}\right)$, где t° - температура газа в градусах Цельсия, а ρ_0 – его плотность при 0°C.
   А) Как-то, при температуре окружающего воздуха 20°C, Винни-Пух массой M = 40 кг надул воздушный шар и отправился в полёт. Оцените объём его воздушного шара. Известно, что температура воздуха, выдыхаемого Винни-Пухом t_1 = 36°C, а плотность воздуха при 0°C ρ_0 ≃1,35 кг/м^3.
   Б) Винни надул шарик не только себе, но и – подходящего размера – своему другу Пятачку (масса Пятачка m = 5 кг). Они отправились в полёт, находясь при этом на одной высоте. Кто из друзей вынужден был первым начать снижаться из-за остывания воздуха в своем шаре? Ответ поясните.
2. Пони бежит по кругу со скоростью $v_п$ = 36 км/ч вокруг карусели. Каждые t_1 = 12 секунд он обгоняет деревянную лошадку, которая вращается вместе с каруселью по окружности в 2 раза меньшего радиуса, чем радиус бега пони. Известно, что карусель делает 1 оборот за время t_2 = 8 секунд.

   А) Найдите скорость $v_л$ деревянной лошадки.
   Б) В момент, когда пони в очередной раз обогнал лошадку, карусель начала равномерно тормозить и ровно через t_0 = 7 секунд остановилась. Успел ли пони за это время обогнать лошадку ещё раз? Ответ объясните.

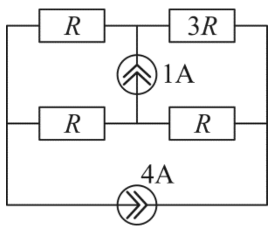
   (Пони обгоняет лошадку в тот момент, когда они оказываются на одной линии с центром вращения, как изображено на рисунке.)
3. Для конкурса «искусственное солнце» Незнайка взял нихромовый шарик (нихром – сплав, из которого делаются нагревательные элементы) и подключил его к батарейке. Шарик нагрелся и стал немного светиться.



   А) Вблизи каких точек (A, B, C или D) шарик нагревается и светится ярче всего? Ответ поясните.
   Б) По идее Незнайки, для искусственного солнца надо было взять нихромовый шар в тысячу раз большего радиуса, установить его над цветочным городом и подключить к той же батарейке. Сильнее или слабее нагреется такой шар по сравнению с исходным шариком? Объясните свой ответ.
4. Над огнём, в котором каждую секунду сгорает m_1 = 0,4 г дров, стоит медная труба – цилиндр, с медной перегородкой внизу. Над перегородкой кипит вода. Кипение выглядит примерно так: на перегородке образуются маленькие пузырьки объёма V_0 = 1 мм^3, и за время всплытия, каждый пузырёк увеличивает свой радиус в 20 раз.

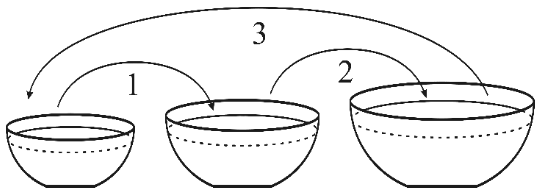


   А) Чему примерно равно число пузырьков, всплывающих за одну секунду?
   Б) Когда огонь разгорелся сильнее, так что каждую минуту стало сгорать m_2 = 81 г дров, количество всплывающих пузырьков не изменилось. Во сколько раз изменился радиус всплывшего пузырька? Удельная теплота сгорания дров q = 1,15·10^7 Дж/кг, образования пара L = 2,3·10^6 Дж/кг, плотность пара при атмосферном давлении $\rho_{пара}$ = 0,8 кг/м^3.
5. В схеме, показанной на рисунке, есть два источника тока. Через нижний источник протекает ток 4 А, а через верхний – ток 1 А. Направление тока через источники показано стрелками. Определите напряжение на верхнем и нижнем источниках. Сопротивление R = 5 Ом.



2022 год

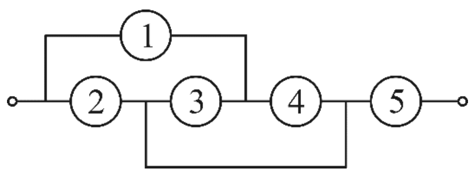
1. На столе стоят три миски разного размера, в которые налиты объемы V, $2V$ и $4V$ супа разной температуры. Машенька зачерпнула из маленькой миски ложку супа и перелила ее в среднюю миску. При этом температура супа в средней миске уменьшилась на 1°С. Затем Машенька зачерпнула (такую же) ложку из средней миски и перелила ее в большую миску, после чего температура в большой миске увеличилась на 1°С. Как и на сколько градусов изменится температура супа в маленькой миске, если теперь зачерпнуть ложку супа из большой миски и перелить ее в маленькую?



2. Из пяти амперметров собрали электрическую схему, показанную на рисунке. Оказалось, что четыре амперметра одинаковые, а один – новой модели, с меньшим внутренним сопротивлением. Показания приборов $I_1 = 2$ А, $I_2 = 2$ А, $I_3 = 1$ А, $I_4 = 1$ А, $I_5 = 4$ А.

   А) На каком месте в схеме стоит амперметр новой модели?

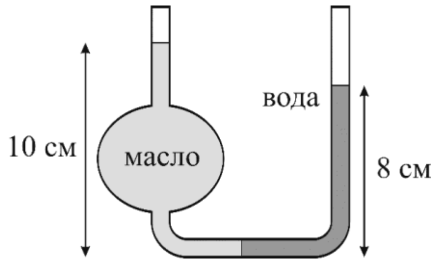
   Б) Во сколько раз внутреннее сопротивление амперметра новой модели меньше, чем у остальных?



3. На рисунке изображен термометр оригинальной конструкции. Левая его часть заполнена маслом, а правая – водой, концы трубок открыты. В изучаемом диапазоне температур вода и корпус термометра не расширяются при нагревании, а масло при нагреве на каждый 1°С увеличивает свой объем на 0,001 от исходного. Площадь сечения всех тонких трубочек равна $S = 0{,}1$ см^2. Первоначально объем масла в термометре равен $V = 90$ мл, при этом уровень масла в левой части сосуда 10 см, а уровень воды в правой части сосуда 8 см.

   А) Влево или вправо будет смещаться граница масла и воды при нагревании?

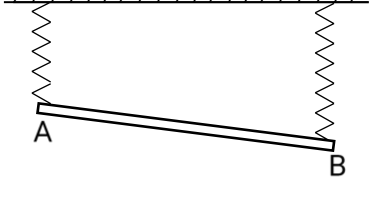
   Б) На какое расстояние сместится граница масла и воды при росте температуры на 1°С?



4. Однородный стержень массы m = 1 кг и длины L = 1 м, висит на двух пружинах (см. рис). Пружины в нерастянутом состоянии имеют равную длину, причем коэффициент жесткости левой пружины в $n = 4$ раза больше правой.

   А) Груз какой массы надо подвесить в точку А, чтобы стержень стал горизонтален?

   Б) На каком расстоянии от точки А нужно подвесить груз массы $3m$, чтобы стержень стал горизонтален?

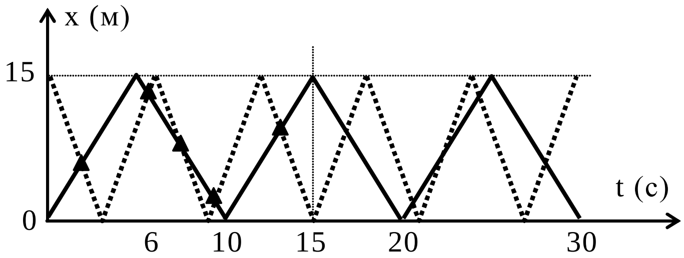


Примечание: коэффициент жесткости k пружины – это отношение её силы упругости к изменению её длины Δl от нерастянутого расстояния: $F = k \cdot \Delta l$.

Решения вступительных работ по физике

2008 год

1. Движения (и графики этого движения) каждого муравья повторяются. Первого муравья с периодом $T_1 = 2l/V_1 = 2\cdot 15/3 = 10$ *мин*, второго – с периодом $T_2 = 2\cdot 15/5 = 6$ *мин*.

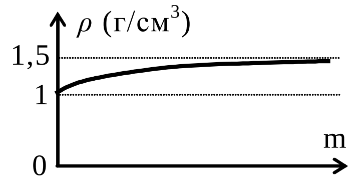
   ***Ответ:* а)** см. график.

   Для того, чтобы найти число встреч, можно построить графики движения муравьев за 1 *час* и подсчитать общее число их пересечений. Но можно заметить, что за каждые 15 *мин* (см. график) 1-й муравей сделает 3 пробежки вдоль линейки, а 2-й – 5 пробежек. И через 15 минут они окажутся одновременно на концах линейки, только поменявшись местами. Значит, далее каждые 15 минут ситуация будет повторять стартовую. За это время произойдет 5 встреч (см. точки пересечений графиков). Следовательно, за 1 час (4 раза по 15 *мин*) произойдет 20 встреч.
   ***Ответ:* б)** 20 раз.

2. Теплота сгорания газа: $Q_1 = qm_1$. Масса газа, сгорающего в единицу времени: $\mu = m_1/\Delta t$. Теплота, нужная для нагрева всей воды и испарения ее части: $Q_2 = cm_2(T_{кон} - T_{нач}) + \alpha L m_2$ (здесь $\alpha = 0{,}02$ – испарившаяся часть воды). Уравнение теплового баланса: $\eta Q_1 = Q_2$. Откуда: $\mu = \left(cm_2(T_{кон} - T_{нач}) + \alpha L m_2\right)/\left(\eta q\cdot\Delta t\right)$. Подставив числа: $\mu \approx (4200\cdot 0{,}5\cdot 100 + 0{,}02\cdot 2{,}3\cdot 10^6\cdot 0{,}5)/(0{,}5\cdot 44\cdot 10^6\cdot 180) \approx 6\cdot 10^{-5}$ кг/с.
   Ответ: 0,06 *г/с*.

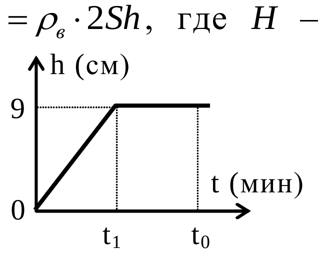
3. Для нахождения средней плотности нужно общую массу разделить на общий объем смеси: $\rho = m_{общ}/V_{общ} = (m_ч + m_м)/(V_ч + V_м) = (m_ч + m_м)/(m_ч/\rho_ч + m_м/\rho_м)$.

   Подставив числа, получим $\rho = (1000+1000)/(1000/1 + 1000/1{,}5) = 1{,}2$ $г/см^3$.
   ***Ответ:* а)** 1200 *кг/м*^{3}.

   Воспользуемся той же формулой для средней плотности, но запишем ее для произвольной массы молока: $\rho = (1000+m)/(1000+m/1{,}5)$, где m – масса молока в граммах. Когда молока нет (т.е. $m=0$), средняя плотность равна плотности чая 1 *г/см*^{3}. При добавлении молока плотность плавно растет. Если же молока стало очень много (m много больше 1000 *г*), то средняя плотность постепенно приближается к плотности чистого молока 1,5 *г/см*^{3}.
   ***Ответ:* б)** см. график.

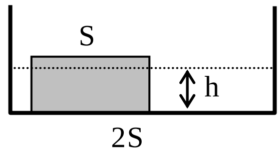
4. Когда льдинка тает с постоянной скоростью, уровень воды в кастрюле с постоянной скоростью растет.
   Найдем сначала конечный уровень воды h, когда вся льдинка растает. Очевидно, из всего льда получится такая же масса воды: $m = \rho_л SH = \rho_в\cdot 2Sh$, где H – начальная высота льдинки. Тогда конечный уровень воды $h = \rho_л H/2\rho_в = 0{,}9\cdot 20/2 = 9$ *см*.

   Однако не верно, что максимальный уровень воды будет достигнут ровно в тот момент, когда растает вся льдинка.

Это произойдет раньше. Дело в том, что в некоторый момент оставшаяся часть льдинки всплывет в образовавшейся при таянии воде, и уровень воды перестанет повышаться. Ведь плавающая льдинка вытесняет столько же воды, сколько весит сама.

Обозначим $t_0 = 10\,мин$ – момент полного таяния льдинки, t_1 – момент достижения максимального уровня воды (момент всплытия льдинки). Найдем t_1. Уже известно, что уровень воды в этот момент равен $h = 9\,см$. При этом площадь воды равна S (см. рисунок). Поэтому масса воды в этот момент $m_1 = \rho_в Sh$. Такова же масса льда, растаявшего к этому времени. Как легко видеть $m_1 = m/2$, т.е. к моменту всплытия растаяла половина льда. Следовательно, $t_1 = 5\,мин$.



Ответ: см. график.

5. Пусть сопротивления лампочек R_1 и R_2, напряжение в сети U. При подключении к сети одной плитки ее мощность $W = U^2/R$. Следовательно, сопротивления плиток $R_1 = U^2/W_1$ и $R_2 = U^2/W_2$. Так как по условию $W_1 < W_2$, то $R_1 > R_2$. При последовательном соединении плиток через них идет одинаковый ток, а мощность плиток составит $W_{1нов} = I^2 R_1$ и $W_{2нов} = I^2 R_2$. Т.е. мощность первой плитки будет больше.

   Ответ: а) в первой.

   Подсчитаем, во сколько раз: $W_{1нов}/W_{2нов} = R_1/R_2 = W_2/W_1 = 880/440 = 2$.

   Ответ: б) в 2 раза.

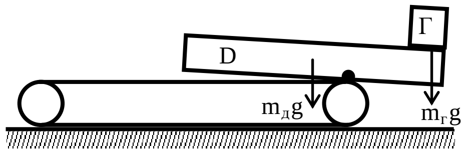
2010 год

1. По условию толщина деревянных корпусов у всех матрешек одинакова. Так как порода дерева тоже одинаковая, то одинаковы плотности корпусов матрешек. Следовательно, и объемы и массы дерева, из которых изготовлены матрешки, относятся как их площади поверхности, т.е. как квадраты высот: $m_1 : m_2 : m_3 : m_4 : m_5 = V_1 : V_2 : V_3 : V_4 : V_5 = S_1 : S_2 : S_3 : S_4 : S_5 = 1 : 4 : 9 : 16 : 25$. В итоге, общая масса матрешек $M_{общ} = m_1 + m_2 + m_3 + m_4 + m_5 = m_1 + 4m_1 + 9m_1 + 16m_1 + 25m_1 = 55m_1$.

   Ответ: 990 *г*.

2. Когда транспортер движется по ровной дороге со скоростью *V*, верхняя часть его ленты движется относительно дороги со скоростью 2*V*. Т.к. ни груз, ни доска по ленте не скользят, то и скорость груза относительно дороги $2V = 10\,см/с$.

   Ответ: а) 10 *см/с*.

   Доска начнет терять равновесие, когда ее выдвинувшийся край с грузом начнет перевешивать. Считая, что груз маленький и лежит с самого края, а сила тяжести доски приложена к ее центру масс, по правилу рычага: $m_г gl = m_д g(L/2 - l)$, где L – длина доски, l – длина ее свешивающейся части. Откуда $l = m_д L/2(m_д + m_г)$.

   Масса доски равна $m_д = \rho \cdot Lab = 500 \cdot 6 \cdot 0{,}5 \cdot 0{,}02 = 30\,кг$. Подставив все известные величины, получим $l = 30 \cdot 3/(30+10) = 2{,}25\,м$. Именно такое расстояние должна проехать доска относительно транспортера к этому моменту. Скорость доски относительно транспортера равна скорости ленты *V*. Поэтому равновесие доски нарушится через время $\Delta t = l/V = 225\,см/5\,см/с = 45\,с$.

   Ответ: б) 45 *с*.

3. Объем шара должен быть меньше определенного, чтобы водолаз вместе с балластом и шаром мог тонуть: $\left(M_{чел} + m_{бал} + m_{шар}\right)g > \left(V_{чел} + V_{бал} + V_{шар}\right)\rho_{воды} g$.

   Сократив g и выразив все через заданные в условии величины, получим:
   $\left(M_{чел} + m_{бал} + \rho_{шар} V_{шар}\right) > \left(M_{чел}/\rho_{чел} + m_{бал}/\rho_{бал} + V_{шар}\right)\rho_{воды}$. Численно (выразив плотности в *кг/м*³): $\left(72 + 8 + 200 \cdot V_{шар}\right) > \left(72/1200 + 8/4000 + V_{шар}\right) \cdot$ 100. Откуда после преобразований и подсчетов: $V_{шар} < 0{,}0225\,м^3$.

   С другой стороны, объем шара должен быть достаточен для того, чтобы с ним, но без балласта, водолаз мог всплыть: $\left(M_{чел} + m_{шар}\right)g < \left(V_{чел} + V_{шар}\right)\rho_{воды} g$.

   Производя аналогичные действия, получим $\left(72 + 200 \cdot V_{шар}\right) < \left(72/1200 + V_{шар}\right) \cdot 1000$, откуда после расчета: $V_{шар} > 0{,}015\,м^3$.

   Ответ: $0{,}015\,м^3 < V_{шар} < 0{,}0225\,м^3$.

4. Можно вычислить объем попавшей в стакан ртути и воспользоваться формулой гидростатического давления. Но проще подсчитать давление на дно стакана так: $p = (m_{воды} + m_{рт})g/S$.

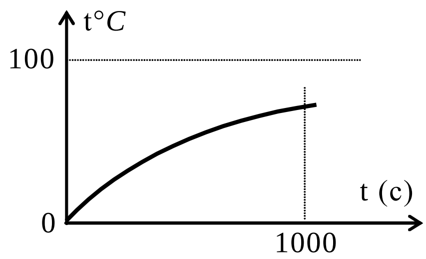
   За 50 *сек* в стакан упадет 500 капель ртути (по 10 каждую секунду). Их суммарная масса $m_{рт} = Nm_1 = 500 \cdot 1,36\ г = 0,68\ кг$. Произведя расчет, получим давление на дно стакана: $p = (0,2 + 0,68) \cdot 10/50 \cdot 10^{-4} \approx 1760\ Па$.

   Ответ: а) $\approx 1760\ Па$.

   Запишем уравнение теплового баланса: $c_в m_в (T - T_в) = c_р m_р (T_р - T)$. Подставив числа и учтя, что начальная температура воды $T_в = 0°C$, получим: $T = 140 \cdot 0,68 \cdot 100/(4200 \cdot 0,2 + 140 \cdot 0,68) \approx 10,2°C$.

   Ответ: б) $\approx 10,2°C$.

   По мере увеличения количества ртути в стакане температура в нем все более увеличивается, приближаясь к 100°*C*, никогда, впрочем, ее не достигая. Дополнительно, сделав для 1000 *сек* расчеты, аналогичные произведенным для 50 *сек*, можно убедиться, что к этому времени температура в стакане поднимется примерно до 70°*C*.



   Ответ: в) см. график.

5. В данном случае (лампочки подключаются к одинаковому напряжению) для подсчета мощности удобнее воспользоваться формулой $W = U^2/R$. Тогда легко увидеть, что $W_2/W_1 = R_1/R_2$. Сопротивление задается формулой $R = \rho L/S$. Удельные сопротивления проволочек одинаковые, длины отличаются в 2 раза, а площади сечения, следовательно, в 4 раза. В итоге $W_2/W_1 = R_1/R_2 = 2$.

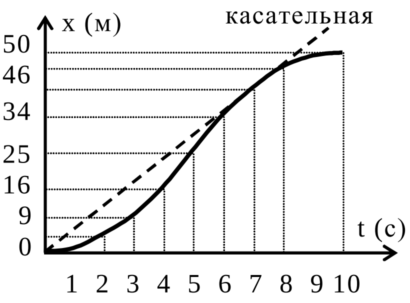
   Ответ: а) Незнайке удалось получить в 2 раза большую мощность.

   Мощность второй лампочки в 2 раза больше. Но скорость потери тепла из-за теплообмена с окружающим воздухом зависит от площади поверхности, которая у второй лампочки в 4 раза больше. Поэтому вторая проволочка холоднее.

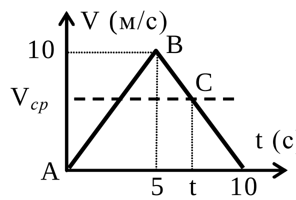
   Ответ: б) выше температура первой проволочки.

2011 год

1. Построить график зависимости координаты от времени можно было, например, по точкам, используя, что изменение координаты – это площадь под графиком $V(t)$. Или можно было использовать формулы для равноускоренного движения (если они известны).
Ответ: а) см. график.



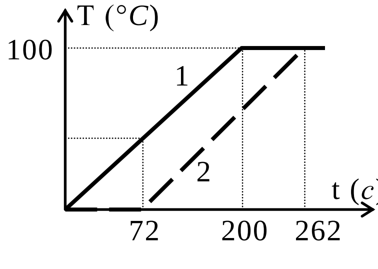
Средняя скорость в этой ситуации равна отношению координаты ко времени $V_{cp} = x/t$. Поэтому она максимальна тогда, когда наклон кривой, проведенной из начала в точку на графике изменения координаты, максимален. Т.к. в этом случае максимально отношение координаты ко времени. Как видно из проведенной касательной, V_{cp} максимальна в момент времени $t \approx 7\,c$.



Возможно и другое, точное, решение. Средняя скорость возрастает, пока мгновенная скорость $V > V_{cp}$. Т.к. тогда приращение координаты за следующий промежуток времени Δt будет $\Delta x = V \cdot \Delta t > V_{cp} \cdot \Delta t$, и тем самым общая средняя скорость возрастет. Тогда на графике зависимости скорости от времени нужно найти время t, когда площадь под графиком $V(t)$ от 0 до t в точности равна $V_{cp}t$, т.е. $V_{cp}t = S_{фигуры\ OACt} = S_{\Delta\ AB10} - S_{\Delta\ Ct10}$. Откуда получается (с учетом известных чисел) $V_{cp}t = 50 - \frac{1}{2}V_{cp}\left(10 - t\right)$ (1). Из подобных треугольников $10Ct$ и $10B5$ видно, что $V_{cp}/10 = \left(10 - t\right)/5$, т.е. $V_{cp} = 20 - 2t$. После подстановки V_{cp} в уравнение (1) получается $50 - \left(10 - t\right)\left(10 - t\right) = \left(20 - 2t\right)t$. Откуда $t^2 = 50$.
Ответ: б) $\sqrt{50} \approx 7{,}07\,c \approx 7\,c$.

2. Энергия от спирали чайника идет на нагрев воды: $kWt = cm\Delta T$, где k – КПД чайника, W – его мощность, m – масса воды, c – ее удельная теплоемкость. Т.к. начальная температура воды одинакова, а КПД чайника не меняется, то $W_1t_1/W_2t_2 = m_1/m_2$. Откуда для времени закипания воды во втором случае получается $t_2 = t_1 \cdot W_1m_2/W_2m_1 = t_1 \cdot 1/2{,}2 \cdot W_1/W_2$.
Мощность чайника: $W = U^2/R$, где U – напряжение в сети, R – сопротивление спирали. Т.к. сопротивление чайника не менялось, то $W_1/W_2 = U_1^2/U_2^2 = 2{,}2^2$.
В итоге $t_2 = t_1 \cdot 1/2{,}2 \cdot 2{,}2^2 = 2{,}2t_1 = 220\,c$.
Ответ: 220 *с*.

3. В первом сосуде температура сразу начинает расти, и прекращает рост, когда вода закипит (на графике линия 1). Время закипания воды находится из уравнения $Wt_1 = cm_1 \cdot \Delta T$, где W – мощность нагревателя, m_1 – масса воды в первом сосуде. Откуда получаем, что $t_1 = cm_1 \cdot \Delta T/W = 4200 \cdot 1 \cdot 100/2100 = 200\,c$.



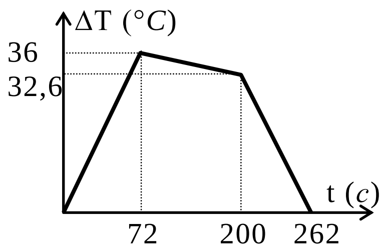
Во втором сосуде до момента t_2, когда расплавится весь лед, температура не меняется. Затем температура линейно растет, а в момент времени t_3 вода в этом сосуде закипает (линия 2 на графике). Чтобы найти t_2, нужно узнать, сколько льда в сосуде: $m_л = ½V\rho_л = 500\,см^3 \cdot 0{,}9\,г/см^3 = 450\,г$. Из уравнения $Wt_2 = \lambda m_л$ находим $t_2 = \lambda m_л / W = 336000 \cdot 0{,}45/2100 = 72\,с$. Далее нагревается все содержимое сосуда массой $m_2 = m_л + m_в = 0{,}95\,кг$. Таким образом $W(t_3 - t_2) = cm_2 \cdot \Delta T$.

Откуда получаем: $t_3 = t_2 + cm_2 \cdot \Delta T / W = 72 + 4200 \cdot 0{,}95 \cdot 100/2100 = 262\,с$.

Как видно из графика, температура в первом сосуде всегда (до закипания воды в обоих сосудах) больше, чем во втором. До момента 72 *сек* показания датчика растут, а далее уменьшаются. Сначала (до момента 200 *сек*) из-за того, что воды в первом сосуде больше, и нагревается она медленнее, чем во втором. А затем в первом сосуде температура уже не меняется, а во втором (до 262 *сек*) еще растет. Для построения графика зависимости показаний датчика ΔT от времени осталось выяснить значения температуры в сосудах в моменты времени t_1 и t_2. Так как во втором сосуде до момента t_2 температура равна $0°C$, то датчик показывает температуру первого сосуда. Ко времени t_2 температура в первом сосуде составит $\Delta T_2 = Wt_2/cm_1 = (2100 \cdot 72)/(4200 \cdot 1) = 36°C$.

В момент t_1 вода в первом сосуде закипит, и ее температура будет равна $100°C$. Выясним температуру T_1 в этот момент во втором сосуде: $cm_2T_1 = W(t_1 - t_2)$, т.к. нагрев идет от момента времени t_2. Итак, $T_2 = W(t_1 - t_2)/cm_2 = 2100(200 - 72)/(4200 \cdot 0{,}95) \approx 67{,}4°C$.

Следовательно, показание датчика в этот момент $\Delta T_1 \approx 100 - 67{,}4 \approx 32{,}6°C$.



Ответ: см. график.

4. Пусть сопротивления лампочек R_1 и R_2, напряжение в сети U. Тогда при последовательном соединении лампочек (случай А) ток в цепи равен $I = U/(R_1 + R_2)$. Мощность первой лампочки (для нее эта мощность задана в условии) равна $W_{1A} = I^2R_1 = U^2R_1/(R_1 + R_2)^2$ (1), а второй $W_{2A} = I^2R_2 = U^2R_2/(R_1 + R_2)^2$ (2). При параллельном соединении лампочек их мощности равны $W_{1B} = U^2/R_1$ (3) для первой и $W_{2B} = U^2/R_2$ (4) для второй.

Из (1) и (3) следует $(R_1 + R_2)^2/R_1^2 = W_{1A}/W_{1B}$, откуда $R_2 = \sqrt{W_{1B}/W_{1A}} \cdot R_1 - R_1$. После подстановки известных значений мощностей $R_2 = \left(\sqrt{160/22{,}5} - 1\right)R_1 = ⅗R_1$.

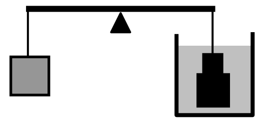
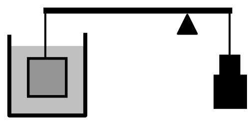
Выражая U^2 из (3) и подставляя найденное значение R_2 в (2), находим мощность второй лампочки для последовательного соединения: $W_{2A} = W_{1A}R_2/R_1 = ⅗W_{1A}$, численно $W_{2A} = 37{,}5\,Вт$. Для второго случая (параллельное соединение), так же используя (3) и подставляя в (4), находим $W_{2B} = W_{1B}R_1/R_2 = ⅗W_{1B} = 96\,Вт$.

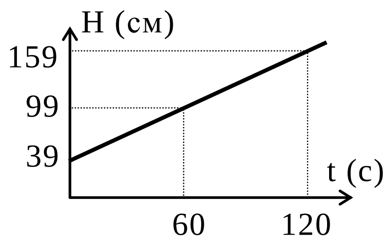
Ответы: для последовательного – 37,5 *Вт*, для параллельного – 96 *Вт*.

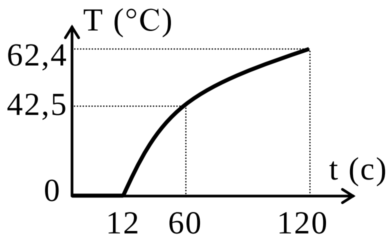
5. Относительно течения реки Пятачок неподвижен, а Винни-Пух относительно воды движется. Значит, относительно воды и Пятачка Винни движется с одной и той же скоростью $V_в$. Поэтому все заплывы от Пятачка и к Пятачку происходят для Винни-Пуха с одной и той же скоростью. Следовательно, каждый заплыв туда и возвращение обратно к Пятачку происходят за одинаковое время. В итоге, если сложить времена всех удалений (движений по течению) и всех приближений (движение против течения), то они окажутся одинаковыми. Иными словами, Винни-Пух половину времени $t/2$ двигался по течению, и ровно столько же времени $t/2$ он плыл против течения. Относительно берега Винни проплыл по течению дистанцию $L_{по} = \left(V_в + V_{течения}\right) \cdot t/2$, а против течения $L_{против} = \left(V_в - V_{течения}\right) \cdot t/2$. В сумме $L_{Винни} = L_{по} + L_{против} = V_в t$. Пятачок за это время проделал путь $L_{пят} = V_{течения} t$. По условию путь Пятачка в 3 раза меньше, т.е. $V_{течения} = V_в/3 = 1{,}5\ км/ч$.

Ответ: 1,5 *км/ч*.

2012 год

1. Вес тела в воздухе: $F_m = mg = \rho_m V g$ (силу Архимеда в воздухе не учитываем).


Вес тела в воде: $F = F_m - F_{арх} = \rho_m V g - \rho_в V g = (\rho_m - \rho_в) V g$.
Правило рычага: $F_1 l_1 = F_2 l_2$.
Тогда для первого случая (гиря в воде, равные плечи рычага $l_1 = l_2 = l$): $\rho_к V_к g \cdot l = (\rho_г - \rho_в) V_г g \cdot l$ (буквенные индексы "к" – кубик, "г" – гиря, "в" – вода). Для второго случая (кубик в воде, плечи рычага $l_1 = 4/5L$ и $l_2 = 1/5L$, где L – общая длина рычага): $(\rho_к - \rho_в) V_к g \cdot 4/5L = \rho_г V_г g \cdot 1/5L$.
Получилось два уравнения: $\rho_к V_к = (\rho_г - \rho_в) V_г$ (1) и $4(\rho_к - \rho_в) V_к = \rho_г V_г$ (2). Для решения можно сразу подставить в них числа. Но возможно, проще разделить правые и левые части уравнений друг на друга: $\rho_к / 4(\rho_к - \rho_в) = (\rho_г - \rho_в)/\rho_г$. Это уравнение можно решить алгебраически, получить $\rho_г = 4\rho_в \cdot (\rho_к - \rho_в)/(3\rho_к - 4\rho_в)$ и затем подставить известные значения плотностей. Но можно сразу подставить числа $1600/4(1600 - 1000) = (\rho_г - 1000)/\rho_г$, упростить $2/3 = 1 - 1000/\rho_г$ и из подсчета получить $\rho_г = 3000\ кг/м^3$.
Ответ: $3000\ кг/м^3$.

2. Плавающий лед вытесняет воду объема $V_{выт.воды} = M_{выт.воды}/\rho_{воды} = M_{льда}/\rho_{воды}$. Поэтому начальный уровень воды $H_0 = (V_{воды} + V_{выт.воды})/S = (M_{воды} + M_{выт.воды})/(\rho_{воды} S)$.
Подставляя числа: $H_0 = (3\,кг + 0{,}9\,кг)\big/\left(1000\,кг/м^3 \cdot 100\,см^2\right) = 39\,см$.
При добавлении горячего песка лед плавится, однако на уровень воды плавление льда дополнительно не влияет: каждый кусочек льда при плавлении дает такой же объем воды, какой он вытеснял, когда плавал. Поэтому уровень воды от плавления льда не изменяется. На уровень воды влияет только добавляемый песок. Каждую секунду в сосуд добавляется $m_1 = 300\,г$ песка, значит за одну секунду объем увеличивается на $V_1 = m_1/\rho_п = 0{,}3/3000 = 0{,}0001\,м^3 = 100\,см^3$, а уровень воды поднимется за каждую секунду на $H_1 = V_1/S = 100\,см^3/100\,см^2 = 1\,см$. Таким образом, скорость подъема уровня воды в сосуде все время составляет $1\,см/с$. На графике это выглядит как линейная зависимость.


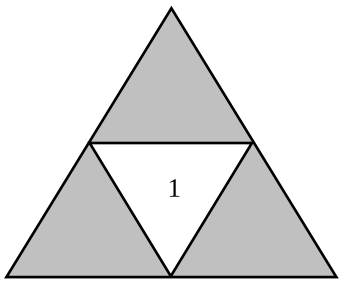
Ответ: а) см. график.
Пока лед плавится, температура в сосуде не меняется и остается равной $0°C$. Для того, чтобы расплавить весь лед, потребуется масса песка $M_п$. Ее можно найти из равенства $\lambda M_л = c_п M_п (T_п - T_о)$. Откуда, подставив числа, получаем:


$M_п = \lambda M_л / c_п (T_п - T_о) = (336000 \cdot 0{,}9)/(840 \cdot 100) = 3{,}6\,кг$.
Т.е. весь лед расплавится за время $t_1 = M_п/m_1 = 3{,}6/0{,}3 = 12\,с$.
Затем температура начинает расти. Причем, растет она неравномерно, т.к. попадая в теплую воду, песок остывает все меньше, отдавая меньше тепла для

нагрева воды. Количественно, если после момента t_1 насыпалось еще $M_2 = m_1(t - t_1)$ песка, то $c_п m_1(t - t_1)(T_п - T) = c_в(M_в + M_л)(T - T_0)$. Численно: $840 \cdot 0{,}3 \cdot (t - 12) \cdot (100 - T) = 4200 \cdot (3 + 0{,}9) \cdot (T - 0)$. Откуда следует точная формула для графика, начиная с момента начала нагрева: $T(t) = 100 \cdot (t - 12)/(t + 53)$.
Ответ: б) см. график.

3. Пусть сопротивление каждой грелки равно R. Напряжение на 1-й грелке равно U, такое же напряжение в сумме на 2-й и 3-й грелках, но их суммарное сопротивление равно $2R$. Поэтому, если через 1-ю грелку идет ток $I_1 = U/R$, то ток через 2-ю и 3-ю грелки в 2 раза меньше $I_2 = U/2R = I_1/2$. Следовательно, мощность нагрева $W = I^2R$ второй и третьей грелок меньше, чем первой, и они холоднее.
Можно подсчитать, во сколько раз отличаются эти мощности. Для 1-й грелки $W_1 = I_1^2R = U^2/R$, для двух других $W_2 = I_2^2R = U^2/4R = W_1/4$. По условию нагрев пропорционален мощности: $\Delta T = (T_г - T_к) \sim W$, где $T_г$ – температура грелки, $T_к$ – температура воздуха в комнате. Таким образом $W_1/W_2 = (T_1 - T_к)/(T_2 - T_к)$, и численно $4 = (40 - T_к)/(13 - T_к)$. После расчетов: $T_к = 4°C$.
Ответ: б) $4°C$.

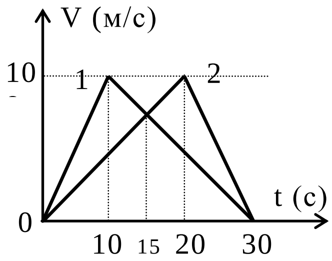
4. Хотя в условии прямо не сказано, но на рисунке хорошо видно: треугольные вырезы делают так, что вершины вырезаемого треугольника находятся на середине сторон "большого" треугольника. Получаются четыре "меньших" треугольника одинаковой площади, один из которых вырезают. Следовательно, при первом вырезе от площади сечения проводника остается три четверти: $S_1 = \frac{3}{4}S_0$.



Делая второй вырез, поступают точно так же. Поэтому $S_2 = \frac{3}{4}S_1 = \left(\frac{3}{4}\right)^2 S_0$. После четвертого этапа от площади сечения проводника останется $S_4 = \left(\frac{3}{4}\right)^4 S_0$.
Сопротивление проводника рассчитывается по формуле $R = \rho L/S$, где ρ – удельное сопротивление проводника, L – его длина, S – площадь поперечного сечения. Так как при вырезании изменяется только площадь сечения проводника, то $R/R_0 = S_0/S$. В итоге $R = R_0 \cdot \left(\frac{4}{3}\right)^4 = 162 \cdot (256/81) = 512\ Ом$.
Ответ: 512 *Ом*.

2013 год

1. Средняя скорость равна отношению всего пройденного пути ко времени $V_{ср} = s_{общ}/t_{общ}$. Пройденный путь можно определить как площадь под графиком $V(t)$. У обоих спортсменов общая площадь под графиками одинакова (по 150 *м*), и одинаково время движения (по 30 *с*).



Ответ: а) средние скорости спортсменов одинаковы $V_{ср1} = V_{ср1} = 150/30 = 5\ м/с$.

До момента времени 15 *с* первый спортсмен имеет скорость больше второго. Следовательно, до этого момента первый обгоняет второго и удаляется от него (расстояние между спортсменами растет). Затем $V_1 < V_2$, и второй спортсмен начинает догонять первого.

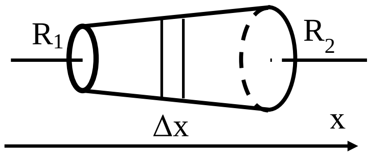
Ответ: б) максимальное удаление в момент 15 *с*; впереди первый спортсмен.

Чтобы найти максимальное удаление спортсменов друг от друга, нужно найти площадь под графиком $V(t)$ для каждого из них к моменту времени 15 *с*. Учитывая, что их скорости в этот момент $V = 10 \cdot 15/20 = 7{,}5\ м/с$, находим:

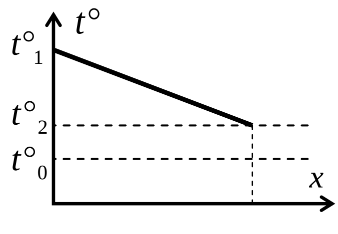
$$s_1 = 10 \cdot \frac{10}{2} + \frac{(10 + 7{,}5) \cdot 5}{2} = 93{,}75\ м \text{ и } s_2 = 7{,}5 \cdot \frac{15}{2} = 56{,}25\ м.$$

Ответ: в) $s_1 - s_2 = 37{,}5\ м$.

2. Разобьем нагревательный элемент на небольшие участки длиной Δx. Сопротивление таких участков $\Delta R = \rho \cdot \Delta x/S = \rho \cdot \Delta x/\pi R^2$. При смещении вправо вдоль оси x радиус цилиндра R растет, площадь S растет, поэтому сопротивление таких участков падает.



Мощность, выделяемая на участке: $W = I^2 \Delta R$. Поскольку при последовательном соединении проводников ток, идущий через них, одинаков, то $W \sim \Delta R$. Следовательно, мощность нагрева каждого следующего участка вдоль x меньше предыдущего. Поэтому зависимость температуры $T(x)$ – убывающая. Точная форма этого графика зависит не только от мощности нагрева, но и от потерь тепла на нагрев окружающего воздуха, а также от теплообмена между участками цилиндра. Но для качественной зависимости нам важно убывание температуры.



Ответ: см. рисунок (изображен примерный график, $t°_0$ – температура окружающего воздуха).

3. Скорость остывания пропорциональна площади, которая у "большого" карлика больше. А количество теплоты, которую нужно отдать при остывании на 1°, пропорционально массе, которая у "большого" карлика меньше. Следовательно, "большой" карлик и отдает тепло быстрее, и запас тепла в нем меньше.

Ответ: а) быстрее.

Пусть мощность, теряемая карликом с единицы поверхности w (измеряется в $Вт/м^2$ и как-то зависит от температуры). Тогда полная мощность остывания $P = wS$, а полное отданное за какое-то время тепло $Q = Pt = wSt$. Количество тепла, требуемого при остывании на $\Delta t°$, равно $cm \cdot \Delta t°$.
Температуры и состав карликов одинаковы, поэтому величины w и удельные теплоемкости c у них одинаковы, а при увеличении радиуса в 2 раза площадь растет в 4 раза. Поэтому для "маленького" карлика: $c \cdot 8M \cdot \Delta t° = w \cdot St_м$. Для "большого": $c \cdot M \cdot \Delta t° = w \cdot 4St_б$. Поделив равенства друг на друга, получим: $8 = \dfrac{t_м}{4t_б}$. Отсюда $t_б = \dfrac{t_м}{32}$.

Ответ: б) 25 *тыс. лет*.

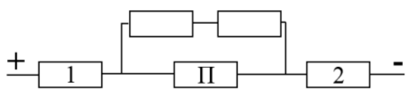
4. Чтобы не было погружения, добавка к силе тяжести каждую минуту должна компенсироваться таким же по величине увеличением силы Архимеда: $\left(\Delta m_{рыб} + \Delta m_{лед}\right) g = \Delta F_A = \rho_{вод} g \cdot \Delta V_{лед} = \rho_{вод} g \cdot \Delta m_{лед} / \rho_{лед}$.

   Откуда: $\Delta m_{лед} = \Delta m_{рыб} \cdot \dfrac{\rho_{лед}}{\rho_{вод} - \rho_{лед}}$. Требуемая для получения такой массы льда мощность:
   $P = \dfrac{Q}{\Delta t} = \dfrac{\lambda \cdot \Delta m_{лед}}{\Delta t} = \dfrac{\lambda}{\Delta t} \cdot \Delta m_{рыб} \cdot \dfrac{\rho_{лед}}{\rho_{вод} - \rho_{лед}} = \dfrac{330000}{60} \cdot 100 \cdot \dfrac{900}{1000 - 900} = 4{,}95 \cdot 10^6\ Вт$.

   Ответ: ≈ 5 *МВт*.

5. Все трубочки в букве "М" соединены последовательно, и через них течет одинаковый ток: $I = U / R_{общ} = U / 6R$. Следовательно, мощность всех трубочек в букве "М" одинакова и равна $W = I^2 R = \left(\dfrac{U}{6R}\right)^2 R = \dfrac{U^2}{36R} = \dfrac{24^2}{36 \cdot 4} = 4\ Вт$.

   Ответ: а) 4 *Вт*.

   Букву "А" можно заменить эквивалентной схемой: смотри рисунок. Полное сопротивление такой схемы $R_{общ} = R + \dfrac{2R \cdot R}{2R + R} + R = \dfrac{8}{3} R$. Полный ток в схеме $I = \dfrac{U}{R_{общ}} = \dfrac{3}{8}\dfrac{U}{R}$. Он протекает через трубочки "1" и "2", напряжение на которых $U_1 = U_2 = I_{общ} R = \frac{3}{8} U$. Напряжение на перекладине $U_П = U - U_1 - U_2 = \frac{1}{4} U$. Значит, мощность трубочки на перекладине $W_П = \dfrac{U_П^2}{R} = \dfrac{1}{16}\dfrac{U^2}{R} = \dfrac{1}{16}\dfrac{24^2}{4} = 9\ Вт$.

   Ответ: б) 9 *Вт*.

2014 год

1. Если температура тела больше температуры окружающей среды, то тело будет терять тепло. Мощность теплопотерь пропорциональна площади тела. Значит, за заданный промежуток времени количество затраченного на обогрев тепла, тем самым и количество съеденной для этого пищи, пропорционально площади тела. При уменьшении линейных размеров тела в N раз площадь его поверхности падает в N^2 раз, а объем в N^3 раз. Масса тела пропорциональна объему и уменьшается в N^3 раз, а масса пищи, затрачиваемой на обогрев, только в N^2 раз. Слишком маленькое теплокровное животное должно съедать слишком много (по отношению к своей массе), чтобы обогреться.
   Ответ: а) слишком маленькое теплокровное животное должно есть слишком много по отношению к своей массе, чтобы поддерживать температуру тела.

2. Размеры и форма монет не меняются. Следовательно, объем дешевой монеты равен объему дорогой (золотой): $V = V_{деш} = V_{зол} = M/\rho_{зол} = 98/19{,}6 = 5\,см^3$, где M – масса золотой монеты. Если дешевая монета перестала тонуть в ртути, это означает, что ее средняя плотность стала не больше плотности ртути: $\rho_{деш} \le \rho_{рт}$. Тогда ее масса $m = \rho_{деш} \cdot V \le \rho_{рт} \cdot V = 13{,}6 \cdot 5 = 68\,г$, т.е. она должна быть не менее чем на 30 *г* легче золотой монеты.
   Ответ: а) минимум на 30 *г*.

   Пусть масса золота в дешевой монете $m_{зол}$, тогда масса серебра в ней $m_{сер} = m - m_{зол}$. Объем золота в монете − $V_{зол} = m_{зол}/\rho_{зол}$, серебра − $V_{сер} = m_{сер}/\rho_{сер}$.

   Тогда $V_{зол} + V_{сер} = V \quad \Rightarrow \quad \dfrac{m_{зол}}{\rho_{зол}} + \dfrac{m - m_{зол}}{\rho_{сер}} = \dfrac{M}{\rho_{зол}} \quad \Rightarrow \quad m\dfrac{\rho_{зол}}{\rho_{сер}} - M = m_{зол}\left(\dfrac{\rho_{зол}}{\rho_{сер}} - 1\right) \quad \Rightarrow$

   $$\Rightarrow \quad \frac{m_{зол}}{M} = \left(\frac{m}{M} \cdot \frac{\rho_{зол}}{\rho_{сер}} - 1\right) \Bigg/ \left(\frac{\rho_{зол}}{\rho_{сер}} - 1\right) \le \left(\frac{68}{98} \cdot \frac{19{,}6}{10{,}8} - 1\right) \Bigg/ \left(\frac{19{,}6}{10{,}8} - 1\right) \approx 0{,}32.$$

   Золота в дешевой монете не более 32% от исходной, а так как по условию серебро в серебряном государстве ничего не стоит, то и вся монета стоит не более 32% от чисто золотой.
   Ответ: б) ≈32%.

3. Масса мороженого в первом ведерке (том, из которого никто не ел) больше, значит, при той же мощности отъема тепла оно будет охлаждаться от температуры замерзания $0°C$ до конечной температуры $-20°C$ дольше второго ведерка, в котором мороженого меньше. Следовательно, мороженое в первом (полном) ведерке полностью замерзло раньше.
   Ответ: а) в полном.

   Пусть масса мороженого в полном ведерке M, Хрюля съел массу m, мощность отъема тепла P. В первом ведерке сначала половина массы мороженого замерзает, а затем вся масса охлаждается от $t°_{пл} = 0°C$ до конечной температуры $t°_{к} = -20°C$: $Pt_1 = Q_1 = \lambda M/2 + c_1 M\left(t°_{пл} - t°_{к}\right)$, где t_1 – полное время охлаждения.

   Во втором ведерке вся оставшаяся масса мороженого $(M - m)$ сначала охлаждается от $t°_{н} = 35°C$ до температуры замерзания $0°C$, затем замораживается, и потом доводится до конечной температуры:

$$Pt_2 = Q_2 = c_2(M-m)\left(t°_{н} - t°_{пл}\right) + \lambda(M-m) + c_1(M-m)\left(t°_{пл} - t°_{к}\right).$$

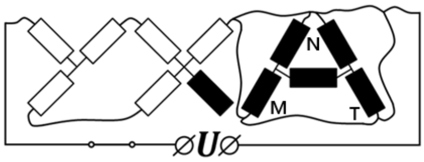
По условию $t_1 = t_2$, следовательно $Q_1 = Q_2$. Откуда получаем:

$$\frac{M-m}{M} = \frac{\lambda/2 + c_1(t°_{пл} - t°_{к})}{c_2(t°_{н} - t°_{пл}) + \lambda + c_1(t°_{пл} - t°_{к})} = \frac{160000 + 2000\cdot 20}{4000\cdot 35 + 320000 + 2000\cdot 20} = \frac{2}{5}.$$

И далее: $M = 5m/3 = 5\cdot 450/3 = 750\ г$.

Ответ: б) 750 *г*.

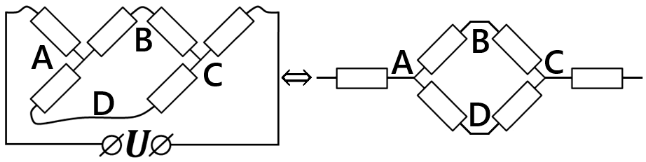
4. При подключении вывески правый нижний конец буквы "X" никуда не подключен и светиться не будет; что до буквы "А", то все точки ее подключения, фактически, соединены между собой проводами без сопротивления. Весь ток пойдет по ним (не создавая напряжения между крайними точками *M, N, T* буквы "А") и по самой букве так и не пойдет. В итоге будет светиться лишь надпись "УУ".



Ответ: а) будет светиться надпись "УУ".

Работающая часть вывески эквивалентна такой схеме: участки *ABC* и *ADC* параллельны и имеют сопротивление по 2*R* (см. рисунок). Общее сопротивление:

$$R_{общ} = R + \frac{2R\cdot 2R}{2R+2R} + R = 3R.$$



Следовательно, полная мощность вывески:

$$W_{общ} = \frac{U^2}{R_{общ}} = \frac{U^2}{3R} = \frac{300^2}{150} = 600\ Вт.$$

Ответ: б) 600 *Вт*.

5. Раз цилиндр нагревается во много раз быстрее, чем остывает, теплопотери при нагреве можно не учитывать. Мощность нагрева $W = U^2/R$, при этом $R = \rho l/S$, где ρ – удельное сопротивление, l – длина цилиндра, S – площадь его сечения. Количество тепла, которое необходимо сообщить цилиндру: $Q = cM\cdot\Delta t° = Wt$.

Итак, для первого цилиндра: $\dfrac{U^2}{R}t_1 = \dfrac{U^2 S}{\rho l}t_1 = cm(t°_{пл} - t°_0)$, где $t_1 = 10\ сек$.

При увеличении линейных размеров в 3 раза площадь сечения увеличивается в 3^2=9 раз, а масса (пропорционально объему) в 3^3=27 раз. Для второго цилиндра получим: $\dfrac{U^2}{R}t_2 = \dfrac{U^2\cdot 9S}{\rho\cdot 3l}t_2 = c\cdot 27m(t°_{пл} - t°_0)$. Откуда $\dfrac{U^2 S}{\rho l}t_2 = 9cm(t°_{пл} - t°_0)$.

Сравнив выражения, получим: $t_2 = 9t_1 = 90\ сек$.

Ответ: а) 90 *с*.

Скорость теплопотерь пропорциональна площади поверхности, то есть для большого цилиндра увеличивается в 9 раз. Полная запасенная теплота пропорциональна массе (объему) и увеличивается в 27 раз. Значит, большой цилиндр будет остывать дольше примерно в 27/9=3 раза.

Ответ: б) большой цилиндр будет остывать дольше маленького.

2015 год

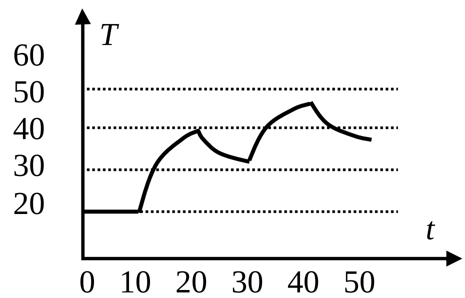
1. Пусть $T_1 = 20°C$, $T_2 = 60°C$, за 10 минут втекает масса m воды.

   Первые 20 минут вода из бассейна не вытекает. При смешивании равного количества холодной и горячей воды установится температура:
   $cm(T - T_1) = cm(T_2 - T) \quad \Rightarrow \quad T = (T_1 + T_2)/2 = 40°C$.

   Воды в бассейне теперь $2m$. Если сразу отлить из него массу m (температура этой воды $40°C$) и налить затем массу m холодной воды из крана (температуры $T_1 = 20°C$), то установится $T_Б = (T_1 + T)/2 = 30°C$.

   Однако в реальности холодная вода вытесняет нагретую воду из бассейна постепенно, значит, за 10 минут вытечет тоже масса m воды, но нагретой в среднем меньше, чем до $40°C$. Поэтому в бассейне останется вода, нагретая больше чем на $30°C$.
   Ответ: а) выше $30°C$.

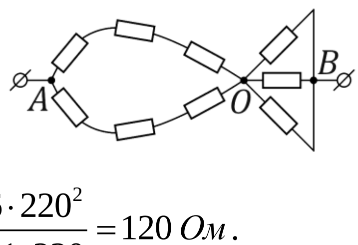
   Первые 10 минут вода в бассейне холодная и имеет постоянную температуру $T_1 = 20°C$. Затем за 10 минут температура возрастет до $40°C$, причем в течение этих 10 минут рост температуры происходит с замедлением – в начале воды в бассейне меньше, она холоднее, и потому при попадании каждой капли горячей воды бассейн нагревается сильнее.
   Затем 10 минут вода охлаждается до $T > 30°C$, причем это охлаждение тоже происходит с замедлением – в начале процесса втекания холодной воды из бассейна вытекает вода более горячая, то есть уносящая больше тепла.
   Значит, охлаждение остающейся части происходит быстрее. Далее процессы нагревания и охлаждения чередуются, а температура колеблется около $40°C$ – средней температуры втекающей в бассейн воды.
   При желании можно вычислить и более точные границы колебаний температуры.
   Ответ: б) см. график.



2. Полный ток I_0, текущий через "рыбу", в "туловище" делится на 2 параллельных и равных тока, а в "хвосте" – на 3 (три трубки "хвоста" подключены параллельно). Поэтому в "туловище" ток $I_1 = I_0/2$, а в "хвосте" – $I_1 = I_0/3$.

   Пусть R – сопротивление одной трубки. Тогда в "туловище" мощность каждой трубки равна $W_1 = I_1^2 R = I_0^2/4R$, а в хвосте – $W_2 = I_2^2 R = I_0^2/9R$, т.е. $W_1/W_2 = 9/4$.
   Ответ: а) в "туловище" трубки светятся ярче в $9/4$ раза.

   Общее сопротивление "рыбы" $R_{общ} = R_{AO} + R_{OB}$. Сопротивление частей "рыбы":
   $R_{AO} = \dfrac{3R \cdot 3R}{3R + 3R} = \dfrac{3}{2}R$, $R_{OB} = \dfrac{1}{3}R$.



   Откуда получаем: $R_{общ} = \dfrac{3}{2}R + \dfrac{1}{3}R = \dfrac{11}{6}R$.

   Общая мощность: $W_{общ} = \dfrac{U^2}{R_{общ}} = \dfrac{6U^2}{11R}$. В итоге: $R = \dfrac{6U^2}{11W_{общ}} = \dfrac{6 \cdot 220^2}{11 \cdot 220} = 120\ Ом$.

   Ответ: б) 120 $Ом$.

3. При последовательном соединении токи в проводах одинаковы. По определению, сила тока – заряд, прошедший через сечение проводника за единицу времени. Поскольку площади сечения проводников и их вещества одинаковы, то и скорости электронов в них одинаковы.
   Ответ: а) одинаковы.

   При параллельном соединении на проводах одинаковые напряжения. Так как у более длинного провода сопротивление больше, то ток через него $I = U/R$ идет меньший. Следовательно, в более длинном проводе скорость электронов будет меньше.
   Ответ: б) в коротком.

   Чем больше скорость электронов, тем больше сила тока. Поскольку у одинаковых проводов сопротивление на единицу длины R_L одно и то же, то и мощность выделения тепла $I^2 R_L$ на участниках одинаковой длины одинакова, то есть одинаков нагрев.
   Ответ: в) предположение верно.

4. Пусть путь туристов за один день по лесу x, по болоту y, по реке z. По условию, если скорость туристов по лесу V, то по болоту $V/2$, а по реке в первый день (по течению) – $3V/2$ у, во второй (против течения) – $V/2$. Тогда время движения туристов в первый день: $t_1 = \frac{x}{V} + \frac{2y}{V} + \frac{2z}{3V} = 8\,ч$, во второй $t_1 = \frac{x}{V} + \frac{2y}{V} + \frac{2z}{V} = 12\,ч$.

   Вычитая уравнения, получим $t_2 - t_1 = \frac{2z}{V} - \frac{2z}{3V} = \frac{4z}{3V} = 4\,ч$, то есть $\frac{z}{V} = 3\,ч$.

   Следовательно, время движения туристов по реке в первый день $\frac{2z}{3V} = \frac{2}{3} \cdot 3 = 2\,ч$, а во второй день – $\frac{2z}{V} = 2 \cdot 3 = 6\,ч$.

   Ответ: а) в первый день 2 часа, во второй день 6 часов.

   Если время движения по лесу и болоту одинаковы $\frac{x}{V} = \frac{2y}{V}$, то $x = 2y$.

   На все передвижение в первый день туристы затратили 8 часов, а на движение по реке – 2 часа. То есть, каждый из двух других участков – лес и болото – они преодолевали за 3 часа. Следовательно, $x/V = 3\,ч$. Вспомнив, что $z/V = 3\,ч$, получаем равенство $x = z$.
   Так как $x + y + z = 30\,км$, то $x = 12\,км$, $y = 6\,км$ и $z = 12\,км$.
   Скорость туристов по течению реки $V_1 = x/t_{1P} = 12/2 = 6\,км/ч$, против течения $V_2 = x/t_{2P} = 12/6 = 2\,км/ч$.
   Поскольку в обе стороны туристы гребут с одинаковыми усилиями, то относительно воды они двигаются с одинаковой скоростью U. Если V_T – скорость течения, то скорость туристов по течению $U + V_T = V_1$, против течения реки $U - V_T = V_2$. Из этих двух уравнений, подставив найденные значения скоростей, находим скорость течения реки: $V_T = (V_1 - V_2)/2 = (6-2)/2 = 2\,км/ч$.
   Ответ: б) можем; 2 *км/ч*.

2016 год

1. Давление, создаваемое машиной в камере шины: $p = mg/S$, где m – масса машины, S – общая площадь касания колес с землей. В ситуации одинакового "проминания" (т.е. одинаковой формы шин) при увеличении линейных размеров в N раз площадь увеличивается в N^2 раз, а объем (значит, и масса) – в N^3 раз, поэтому давление от большей машины окажется больше в N раз. Следовательно, больше должно быть и внутреннее давление в шинах.
   Ответ: а) в камерах бóльшего автомобиля давление нужно бóльшее.

   Когда камера вот-вот лопнет, сила, пытающаяся разорвать ее изнутри, вызвана давлением и пропорциональна площади шин $(F = pS)$, а удерживающая сила действует по длине будущего разрыва и пропорциональна длине. То есть разрывающая сила растет пропорционально N^2, а удерживающая – пропорционально N (при равной толщине резины).
   Ответ: б) бóльшие шины на бóльшей машине лопнут раньше.

2. Сперва заметим, что поскольку льдины долго плавали, не меняясь в размерах, то температура льда и температура воды была равной $0°C$.
   Объем большой льдины в 2^3=8 раз больше объема малой. Масса малой льдины до таяния была $m_1 = 2\,кг$ (так как стала равной 1 *кг*), значит, масса большой была $m_2 = 16\,кг$. Таяние происходит с поверхности, которая у большой льдины в 2^2=4 раза больше, чем у малой. Так как остальные тепловые условия (температура и интенсивность солнечных лучей) для льдин одинаковы, то пока малая растаяла на $\Delta m_1 = 1\,кг$, большая потеряет $\Delta m_2 = 4 \cdot \Delta m_1 = 4\,кг$. Значит, масса большой льдины стала равной $m_2 - \Delta m_2 = 16 - 4 = 12\,кг$.
   Ответ: а) 12 *кг*.

   Пока лед тает, температура воды остается равной $0°C$. Падение лучей солнца непосредственно в воду никак не влияет на ответ, поскольку по условию в пруду хороший теплообмен, и все лишнее тепло, полученное от лучей, сразу же отдается тающим льдинам.
   Ответ: б) не изменилась.

   Если не учитывать испарения воды с поверхности пруда, что, конечно, немного понизит уровень воды, в остальном уровень останется прежним. Льдины вытесняют по массе столько же воды, сколько весят сами. При таянии количество вытесненной воды уменьшится на столько (по массе), на сколько полегчали льдины. Но ровно на столько же возрастет и количество талой воды, образовавшейся при таянии.
   Ответ: в) без учета испарения – не изменится, иначе – чуть уменьшится.

3. При подключении с помощью более длинного провода общее сопротивление цепи растет, следовательно, уменьшается мощность $(W = U^2/R)$ лампы.

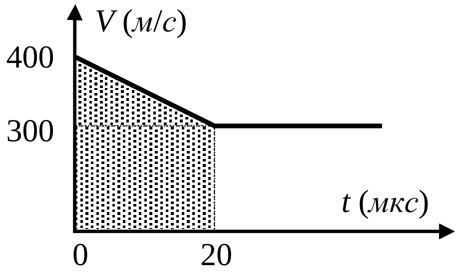
   Найдем сначала сопротивление одной лампы: $R = U^2/W_{нач} = 12^2/36 = 4\,Ом$. Теперь найдем ток через лампу в случае подключения ее на длинном проводе: $I = \sqrt{W_1/R} = \sqrt{16/4} = 2\,A$. Далее найдем сопротивление длинного провода:

$$I = \frac{U}{R + R_{пр}} \quad \Rightarrow \quad R_{пр} = \frac{U}{I} - R = \frac{12}{2} - 4 = 2\ Ом.$$

Сопротивление параллельного соединения 4-х ламп равно $R/4 = 4/4 = 1\,Ом$, а общее сопротивление всей цепи: $R_{общ} = R_{пр} + R/4 = 2 + 1 = 3\,Ом$. Тогда общий ток в цепи равен $I_{общ} = U/R_{общ} = 12/3 = 4\ А$, а ток через одну лампу $I_1 = I_{общ}/4 = 1\ А$. В итоге получаем мощность одной лампы: $W_1 = I_1^2 R = 1^2 \cdot 4 = 4\ Вт$.

Ответ: б) 4 *Вт*.

4. Пролетая сквозь доску, пуля уменьшает свою скорость. Толщина доски – это площадь под графиком $V(t)$ пули на том участке, где скорость уменьшается, то есть площадь соответствующей трапеции:



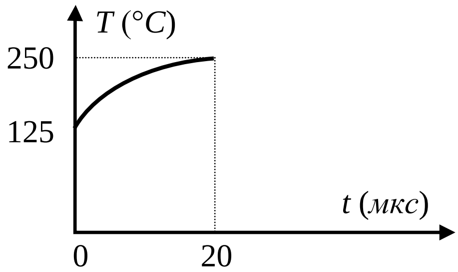
$$l = \frac{V_0 + V_1}{2} \cdot t = \frac{400 + 300}{2} \cdot 20 \cdot 10^{-6} = 7 \cdot 10^{-3}\ м = 7\ мм.$$

Ответ: а) 7 *мм*.

По закону сохранения энергии $\frac{mV_0^2}{2} = \frac{mV^2}{2} + Q \quad \Rightarrow \quad Q = \frac{m}{2}\left(V_0^2 - V^2\right)$. По условию пуля получает половину тепла и нагревается: $\frac{1}{2}Q = \frac{m}{4}\left(V_0^2 - V^2\right) = cm\left(T - T_0\right)$.

Откуда $T = T_0 + \frac{V_0^2 - V^2}{4c} = 125 + \frac{400^2 - 300^2}{4 \cdot 140} = 250°C$.

В итоге график будет выглядеть, как на рисунке. На самом деле этот график – возрастающий участок параболы, так как температура зависит от скорости квадратично, а скорость от времени – линейно.



Ответ: б) см. график.

2017 год

1. По условию 1500 *лилипыхов* равны 60 *Вт*, поэтому 1 *Вт*=1500/60=25 *лилипыхов*. Для единиц размерности *Вт*=*Дж*/*с*=(*Н*·*м*)/*с*=(*кг*·(*м*/*с*^{2})·*м*)/*с*=(*кг*·*м*^{2})/*с*^{3}. Соответственно, 1 *лилипых*=(*лилипуд*·*лилипрыг*^{2})/*лилимиг*^{3}. Из этих равенств получаем: (*кг*·*м*^{2})/*с*^{3}=25·(*лилипуд*·*лилипрыг*^{2})/*лилимиг*^{3}. Откуда, подставив заданные в условии значения, вычисляем:
   лилимиг^3=25·(*лилипуд*/*кг*)·(*лилипрыг*/*м*)^2·*с*^{3}=25·0,016·0,052=0,001 *с*^{3}.
   В итоге: *лилимиг*=0,1 *с*.
   Ответ: 0,1 *с*.

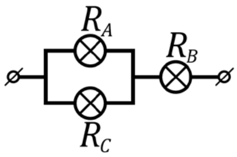
2. Когда средняя плотность шарика с содержимым сравнивается с плотностью окружающего воздуха, полная сила тяжести шарика сравнивается с силой Архимеда, действующей на него со стороны воздуха:
   $\rho_{возд} = \rho_{ш} \;\Rightarrow\; \rho_{возд} gV = \rho_{ш} gV = m_{ш} g \;\Rightarrow\; F_{Арх} = F_{тяж}$.
   Отрыв шарика происходит примерно сразу, как только силы Архимеда и тяжести сравниваются, означает, что другие силы, могущие удерживать шарик (какое-то прилипание, поверхностное натяжение и т.п.) малы и несущественны для задачи.
   Ответ: а) шарики отрываются из-за силы Архимеда.

   Средняя плотность шарика определяется его оболочкой и внутренностью: $\rho_{ш} = (m_{об} + m_{вн})/(V_{об} + V_{вн}) = (\rho_{об} V_{об} + \rho_{вн} V_{вн})/(V_{об} + V_{вн})$. Шарик отрывается тогда, когда его плотность сравнивается с плотностью окружающего воздуха, которая не меняется. Поэтому и плотность шарика в момент отрыва всегда одинакова. Плотность горячего воздуха меньше плотности окружающего, более холодного. Следовательно, плотность оболочки шарика всегда больше. Если нагрев уменьшится, чтобы обеспечить такую же среднюю плотность всего шарика, относительная доля объема горячего воздуха в нем должна вырасти. При этом увеличится в объеме весь шарик, так как при изменении размера шарика в N раз, его объем изменится в N^3 раз (полный объем шарика), а площадь оболочки (и ее объем) только в N^2 раз.
   Ответ: б) размер отрывающихся шариков увеличится.

3. Сначала подсчитаем полную энергию, затрачиваемую самоваром за 500 *сек*: $E_1 = P_1 t = 4000 \cdot 500 = 2 \cdot 10^6$ *Дж*. Но для нагрева на 100°*C* 4 *л* воды нужно всего $Q_1 = cm_1 \Delta t° = 4200 \cdot 4 \cdot 100 = 1{,}68 \cdot 10^6$ *Дж* тепла. Поскольку $Q_1 < E_1$, то при работе самовара точно есть потери тепла $\Delta E_1 = E_1 - Q_1$. Эти потери могут быть объяснены двумя причинами: а) с поверхности самовара идет теплопередача наружу, б) кроме воды нужно нагревать и вещество самого самовара.
   Рассмотрим теперь самовар большего размера. Пусть все линейные размеры самовара увеличили в N раз (в нашем случае N=1,5). Тогда его объем увеличился в N^3 раз. Во столько же возрастет и необходимое полезное тепло для нагрева в N^3 раз больший объем воды: $Q_2 = N^3 Q_1$. Однако, при тех же материалах и толщине стенок, масса самого самовара, а значит, и затрачиваемая энергия на его нагрев, растет пропорционально площади, то есть как N^2. Мощность теплоотдачи в окружающую среду тоже растет пропорционально площади. Поэтому $\Delta E_2 = N^2 \Delta E_1$. Тем самым $E_2 = Q_2 + \Delta E_2 = N^3 Q_1 + N^2 \Delta E_1$, откуда видно, что

для полного сохранения "режима работы" самовара при увеличении его размеров нужно $E_2 < N^3 E_1$. Но по условию $E_2 = N^3 E_1$. Следовательно, в большем самоваре вода будет нагреваться быстрее.
Ответ: в большем самоваре вода будет нагреваться быстрее 500 $с$.

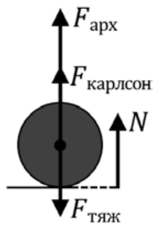
4. Согласно формуле для расчета номинальной мощности $P = U^2/R$ из условия получаем $R_A = R_B < R_C$. В схеме лампы A и C соединены параллельно, поэтому напряжения на них одинаковы, и из $R_A < R_C$ следует $P_A > P_C$. Лампы A и B имеют равные сопротивления, но ток, идущий через лампу B, равен сумме токов через A и C. Следовательно $I_B > I_A$, и $P_B > P_A$, т.к. $P = I^2 R$. В итоге получаем $P_B > P_A > P_C$.



Ответ: а) ярче горит лампа B.

Вычислим $R_A = R_B = U^2/P_A = 220^2/110 = 440\ Ом$ и $R_C = U^2/P_C = 220^2/44 = 1100\ Ом$. Общее сопротивление ламп в схеме $R_{общ} = R_B + R_A \cdot R_B/(R_A + R_B)$, а общий ток через них $I_{общ} = U_1/R_{общ} = 380 \cdot 12/7 \cdot 440 \approx 0{,}504\ А$. То есть значение общего тока больше, чем пороговый ток предохранителя.
Ответ: б) предохранитель разомкнет цепь.

2018 год



1. Рассмотрим все силы, действующие на шар, лежащий на дне колодца. Вверх на шар действуют три силы: сила Архимеда, сила с которой Карлсон поднимает шар, а также сила реакции опоры, наличие которой и означает, что шар лежит на дне. Так как шар находится в состоянии покоя, сумма всех сил, действующих вверх, должна быть равна сумме всех сил, действующих вниз: $F_{тяж} = F_{Арх} + F_К + N$. Как уже было сказано, условием того, что шар лежит на дне, является наличие силы реакции опоры. С точки зрения уравнения, это условие может быть записано как $N > 0$. Учитывая это, мы для первого случая получаем выражение $F_{тяж} > F_{Арх} + F_К$. Подставляя в это выражение формулу для силы тяжести $F_{тяж} = m_ш g = \rho_ш V_ш g$ и формулу для силы Архимеда $F_{Арх} = \rho_в V_ш g$, получаем $\rho_ш V_ш g > \rho_в V_ш g + F_К$.

   Откуда $\rho_ш > \rho_в + \dfrac{F_К}{V_ш g} = 1000 + \dfrac{1000}{0,5 \cdot 10} = 1200\ кг/м^3$.

   Для того, чтобы аналогично рассмотреть второй случай, нужно узнать, какая плотность воды получилась после высыпания соли. Для этого нужно найти объем и массу соленой воды. Так как при высыпании одного пакета соли уровень воды поднимался на 1 см, после высыпания 50 пакетов высота воды в колодце будет 2,5 м. Объем этой воды будет равен $V_{сол.в} = 2,5 \cdot 1 = 2,5\ м^3$. Масса же этой воды складывается из массы соли, которая равна $m_{сол} = 50 \cdot 16 = 800\ кг$, и массы воды, которую можно подсчитать, перемножив первоначальный объем воды на ее плотность $m_в = 2 \cdot 1000 = 2000\ кг$. В итоге плотность получившейся соленой воды будет равна $\rho_{сол.в} = (2000 + 800)/2,5 = 1120\ кг/м^3$. Используя рассуждения, аналогичные тем, что были в первом пункте, но учтя, что в данном случае шар должен всплыть, получим:

   $$\rho_ш < \rho_{сол.в} + \frac{F_К}{V_ш g} = 1120 + \frac{1000}{0,5 \cdot 10} = 1320\ кг/м^3.$$

   Ответ: плотность шара могла быть от 1200 *кг/м*^{3} до 1320 *кг/м*^{3}.

2. Обозначим расстояние от батареи до места повреждения *x*, а сопротивление кабеля в месте пробоя *r*. Когда концы кабеля разомкнуты, ток может протекать только через повреждение, которое можно считать проводником с сопротивлением *r*. Тогда суммарное сопротивление складывается из сопротивления двух проводов длиной *x* каждый и сопротивления места пробоя *r*: $R_1 = 2x\rho + r = U/I_1 = 15\ Ом$. Если замкнуть концы кабеля, то в этом случае к месту пробоя параллельно подключается оставшаяся часть кабеля длиной $2(L - x)$, и общее сопротивление становится другим:

   $$R_2 = 2\rho x + \frac{r \cdot 2\rho(L - x)}{r + 2\rho(L - x)} = \frac{U}{I_2} = 8\frac{1}{3}\ Ом.$$

   Выразив из первого уравнения *r* и подставив его во второе уравнение, для *x* получим квадратное уравнение $4\rho^2 x^2 - 4\rho R_2 x + \left(R_1 R_2 + 2\rho L(R_2 - R_1)\right) = 0$, решением которого являются два корня: $x_{1,2} = \left(R_2 \pm \sqrt{(R_2 - R_1)(R_2 - 2\rho L)}\right)\Big/2\rho$. Подставив числа, вычисляем два возможных значения величины x: 2 *км* и 4,7 *км*. Но второе значение превышает длину кабеля, поэтому $x = 2\,км$.

Ответ: а) 2 *км*.

Теперь из уравнения $R_1 = 2x\rho + r$, подставив все уже известные значения величин, находим сопротивление места пробоя: $r = 2x\rho - R_1 = 10\,Ом$.

Ответ: б) 10 *Ом*.

3. Теплота, необходимая для таяния мороженого, пропорциональна его массе $Q = \lambda m$. Поэтому при увеличении радиуса шарика в 2 раза его объем, следовательно, масса и необходимая для таяния теплота возрастают в 8 раз. В то же время, скорость теплопередачи от кофе к шарику мороженого зависит от площади их соприкосновения, т.е. от площади поверхности шарика, которая возрастает лишь в 4 раза. Поэтому малый шарик тает быстрее большого. Также нужно учесть, что в малой чашке кофе остывает сильнее, что приводит к удлинению времени таяния.

t (мин)	4	5	X	много
опыт	МБ	ММ	ББ	БМ

Для нахождения времени *X* нужно сравнить две ситуации, которые полностью подобны по размерам шарика и чашки: *ММ* и *ББ*. Полная теплоемкость большой чашки в 8 раз больше малой. Во столько же раз теплота плавления большого шарика отличается от теплоты плавления малого. Но вот скорости теплопередачи в этих ситуациях отличаются только в 4 раза. Таким образом, время полного таяния в ситуации *ББ* в 2 раза больше, чем в *ММ*, т.е. $X = 10\,мин$.

Ответ: б) 10 *мин*.

4. Работа электрического тока при пропускании заряда $q_э$ равна $A = Pt = UIt = Uq_э$. При этом образуется масса m водорода, при сжигании которого выделится тепло $Q = q_{уд}m$. Отсюда находим КПД: $\eta = Q/A = q_{уд}m/Uq_э = (120\cdot10^6\cdot10^{-6})/(5\cdot96) = 0,25$.

Ответ: а) 25%.

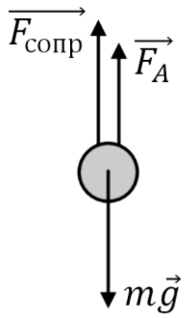
Как известно, невозможно получить КПД больше 100%, то есть получить больше тепла, чем затраченная для получения работа. Поэтому всегда $Q < A$. Следовательно, должно выполняться неравенство $U \geq q_{уд}m/q_э = 120/96 = 1,25\,В$.

Ответ: б) минимальное напряжение 1,25 *В*.

2019 год

1. Обозначим объем воды в стаканах как V, $2V$ и $4V$ соответственно. Во втором случае масса льдинки в стакане не изменилась, соответственно льдинка нагрелась до температуры $0℃$, а тёплая вода остыла до этой же температуры. Запишем соответствующее уравнение баланса тепла:
$$mc_л\Delta T_л = 2\rho_в V c_в \Delta T_в.$$
В первом случае масса льда увеличилась, это значит, что часть воды замерзла. Тогда уравнение баланса тепла будет иметь вид:
$$mc_л\Delta T_л = \rho_в V c_в \Delta T_в + \lambda(m_1 - m).$$
В третьем стакане налито больше всего теплой воды, следовательно, в этом стакане часть льда растает, а соответствующее уравнение баланса тепла можно записать в виде:
$$mc_л\Delta T_л + \lambda(m - m_3) = 4\rho_в V c_в \Delta T_в \quad \Rightarrow \quad m - m_3 = 2(m_1 - m).$$
Отсюда получаем, что $m_3 = 3m - 2m_1 = 3 \cdot 10 - 2 \cdot 11 = 8$ г.
Ответ: у Миши в стакане 8 грамм льда.
2. А) Если зонд объёма V_0 висит в воде неподвижно, его общая сила тяжести уравновешена силой Архимеда:
$$M_0 g = \rho_0 V_0 g \quad \Rightarrow \quad M_0 = \rho_0 V_0 = 1000 \cdot 0{,}01 = 10 \text{ кг}.$$
Масса вещества $m_в = M_0 - m = 10 - 1{,}3 = 8{,}7$ кг, его объём $V_в = V_0 - V_п$, где $V_п$ – объём прибора. С другой стороны,
$$m_в = \rho_в V_в = (1 - \alpha T_1)\rho_0(V_0 - V_п),$$
поэтому
$$V_п = V_0 - \frac{m_в}{(1 - \alpha T_1)\rho_0} = 0{,}01 - \frac{8{,}7}{\left(1 - \frac{20}{200}\right) \cdot 1000} = \frac{1}{3000} \text{ м}^3.$$
А тогда плотность прибора
$$\rho_п = \frac{m_п}{V_п} = \frac{1{,}3}{\frac{1}{3000}} = 3900 \ \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}.$$
Ответ А: средняя плотность прибора равна 3900 кг/м^3.
Б) Общая масса зонда M_0 не изменяется, поэтому общий объём зонда стал
$$V = \frac{M_0}{\rho_2} = \frac{10}{960} = \frac{1}{96} \text{ м}^3.$$
Объём вещества
$$V_{в_2} = V - V_п = \frac{1}{96} - \frac{1}{3000} = \frac{121}{12000} \text{ м}^3,$$
а плотность
$$\rho_{в_2} = \frac{m}{V_{в_2}} = \frac{8{,}7 \cdot 12000}{121} \ \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}.$$
С другой стороны,
$$\rho_{в_2} = (1 - \alpha T_2)\rho_0 \quad \Rightarrow \quad T_2 = \frac{1}{\alpha}\left(1 - \frac{\rho_{в_2}}{\rho_0}\right) = 200\left(1 - \frac{8{,}7 \cdot 12}{121}\right) \approx 27{,}4℃.$$
Ответ Б: температура зонда стала равна $T_2 \approx 27{,}4$℃.

3. По условию задачи на клеммы CD в обоих случаях подается одинаковое напряжение, равное $U_1 = 190$ В.
   В первом случае вольтметр измеряет суммарное напряжение на резисторе и амперметре. Если обозначить сопротивление амперметра R_A, то закон Ома для первого случая можно записать в виде
$$U_1 = I_1(R + R_A) \quad \Rightarrow \quad R + R_A = \frac{U_1}{I_1} = 100 \text{ Ом}.$$
   Во втором случае напряжение на клеммах CD равно U_1, а показания вольтметра равны U_2, тогда напряжение на амперметре равно $U_1 - U_2$. По закону Ома сопротивление амперметра равно
$$R_A = \frac{U_1 - U_2}{I_2} = 10 \text{ Ом} \quad \Rightarrow \quad R = 100 - R_A = 90 \text{ Ом}.$$
   Ответ: сопротивление резистора R = 90 Ом.
4. А) При погружении монеты с постоянной скоростью сила тяжести уравновешивается силой сопротивления и силой Архимеда:



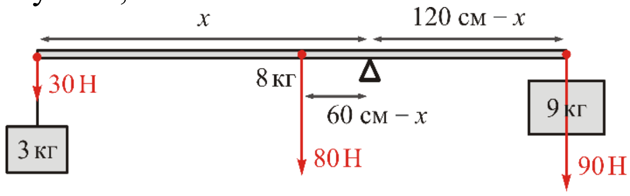
$$\left.\begin{aligned} m_{\text{с}}g &= F_A + F_{\text{сопр}} \\ F_A &= \rho_{\text{в}}Vg = \frac{\rho_{\text{в}}}{\rho_{\text{с}}}m_{\text{с}}g \\ F_{\text{сопр}} &= bv \end{aligned}\right| \Rightarrow \quad m_{\text{с}}g = \frac{\rho_{\text{в}}}{\rho_{\text{с}}}m_{\text{с}}g + bv_{\text{с}}. \qquad (*)$$
   Отсюда
$$m_{\text{с}} = \frac{bv_{\text{с}}}{\left(1 - \frac{\rho_{\text{в}}}{\rho_{\text{с}}}\right)g} = \frac{0{,}1 \cdot 1{,}9}{\left(1 - \frac{1}{10{,}5}\right)10} = 0{,}021 \text{ кг} = 21 \text{ г}.$$
   Ответ А: масса серебряной монеты равна 21 г.
   Б) Сначала найдём массу золотой монеты. Объёмы монет одинаковы, поэтому
$$m_{\text{з}} : m_{\text{с}} = \rho_{\text{з}} : \rho_{\text{с}} \quad \Rightarrow \quad m_{\text{з}} = m_{\text{с}}\frac{\rho_{\text{з}}}{\rho_{\text{с}}} = 0{,}021 \cdot \frac{20}{10{,}5} = 0{,}04 \text{ кг}.$$
   Для золотой монеты верно уравнение, аналогичное $(*)$:
$$m_{\text{з}}g = \frac{\rho_{\text{в}}}{\rho_{\text{з}}}m_{\text{з}}g + bv_{\text{з}} \quad \Rightarrow \quad v_{\text{з}} = \frac{m_{\text{з}}g\left(1 - \frac{\rho_{\text{в}}}{\rho_{\text{з}}}\right)}{b} = \frac{0{,}04 \cdot 10\left(1 - \frac{1}{20}\right)}{0{,}1} = 3{,}8 \ \frac{\text{м}}{\text{с}} = 2v_{\text{с}}.$$
   Пусть глубина моря-окияна H, тогда время погружения серебряной монеты $t_{\text{с}} = H/v_{\text{с}}$, а золотой $t_{\text{з}} = H/v_{\text{з}} = H/2v_{\text{с}}$. По условию,
$$t_{\text{с}} - t_{\text{з}} = t \quad \Rightarrow \quad \frac{H}{v_{\text{с}}} - \frac{H}{2v_{\text{с}}} = t \quad \Rightarrow \quad H = 2v_{\text{с}}t = 2 \cdot 1{,}9 \cdot 400 = 1520 \text{ м}.$$
   Ответ Б: глубина моря-окияна примерно 1,5 км.

2020 год

1. Скорость ветра относительно берега равна векторной сумме скоростей корабля и ветра относительно корабля. Относительно корабля ветер дует со скоростью 5 м/с (показание анемометра). Эта скорость перпендикулярна направлению движения корабля («показание» флага на мачте). Поскольку скорость корабля (12 м/с) и скорость ветра относительно корабля (5 м/с) направлены перпендикулярно, величина их векторной суммы может быть посчитана по теореме Пифагора. Окончательно, скорость ветра относительно берега равна $\sqrt{12^2+5^2}=13\,\text{м/с}$.
Ответ: 13 м/с.

2. 200 г воды имеют объем $V_\text{в}=\dfrac{m_\text{в}}{\rho_\text{в}}=200\text{ см}^3$, следовательно, в стакан поместится еще $V_\text{п}=V_\text{ст}-V_\text{в}=50\text{ см}^3$ песка. Масса этого песка равна $m_\text{п}=\rho_\text{п}V_\text{п}=150\text{ г}$. Далее запишем уравнение теплового баланса: $m_\text{в}c_\text{в}\left(T-T_\text{в}\right)=m_\text{п}c_\text{п}\left(T_\text{п}-T\right)$, или в числах
$0{,}2\text{ кг}\cdot 4200\dfrac{\text{Дж}}{\text{кг}\cdot{}^\circ\text{C}}\cdot\left(T-20^\circ\text{C}\right)=0{,}15\text{ кг}\cdot 1400\dfrac{\text{Дж}}{\text{кг}\cdot{}^\circ\text{C}}\cdot\left(100^\circ\text{C}-T\right)$
Решая это уравнение относительно температуры получаем, что установившаяся температура системы T = 36°C.
Ответ: 36°C.

3. Силы тяжести грузов приложены в точках подвеса, на концах стержня. Сила тяжести самого стержня приложена к его центру тяжести, который для однородного стержня находится в его середине, то есть на расстоянии 60 см от левого конца. Пусть точка подвеса находится на расстоянии x от левого конца стержня (см. рисунок). Тогда можно записать условие равновесия рычага относительно точки подвеса. $30\text{ Н}\cdot x+80\text{ Н}\cdot\left(x-60\text{ см}\right)=90\text{ Н}\cdot\left(120\text{ см}-x\right)$
Решая это уравнение получаем, что x = 78 см.



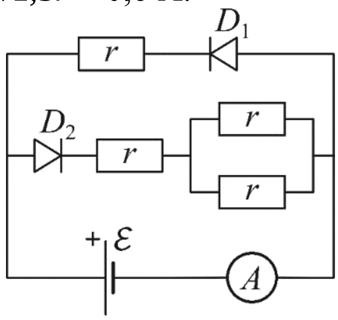
Ответ: 78 см.

4. Для удобства пронумеруем резисторы. Далее заметим, что резисторы 2 и 3 закорочены проводом. Например, провод CAD соединяет выводы резистора 2. Поэтому ток через резисторы 2 и 3 не потечет и их можно убрать их схемы. Тогда остаются два параллельно соединенных резистора 1 и 4, каждый имеет сопротивление 4 Ома. Тогда общее сопротивление схемы равно 2 Ома.

Ответ: 2 Ома.

5. В данной задаче важно помнить, что ток течет от положительного полюса источника (обозначенного на рисунке +) к отрицательному, то есть по часовой стрелке на рисунке. Поэтому через диод D_1 ток не пойдет и верхнюю ветку (резистор r и диод D_1) можно из

схемы просто исключить. Диод D_2 пропускает ток и его можно просто убрать из схемы, поскольку, по условию задачи, напряжение на диоде равно нулю. Далее считаем общее сопротивление схемы из трех резисторов r, которое равно $1{,}5r = 15$ Ом. Тогда сила тока в цепи по закону Ома равна $I = \mathcal{E}/1{,}5r = 0{,}6$ А.



Ответ: 0,6 А.

6. Обозначим напряжение в сети U, тогда сопротивления лампочек можно выразить из закона Джоуля-Ленца, $R_1 = \dfrac{U^2}{P_1}$, $R_2 = \dfrac{U^2}{P_2}$ и $R_3 = \dfrac{U^2}{P_3}$ соответственно. Если все лампочки соединить последовательно, то суммарное сопротивление цепи будет равно сумме сопротивлений лампочек $R_1 + R_2 + R_3$, а сила тока в цепи будет равна $I = \dfrac{U}{R_1 + R_2 + R_3}$, по закону Ома для полной цепи. Мощности лампочек при последовательном соединении можно выразить как $\tilde{P}_1 = I^2 R_1 = \dfrac{I^2 U^2}{P_1}$. Из этого выражения видно, что новая мощность обратно пропорциональная мощности при включении в сеть по-отдельности. Тогда отношение мощностей лампочек при последовательном соединении
$$\tilde{P}_1 : \tilde{P}_2 : \tilde{P}_3 = \frac{1}{P_1} : \frac{1}{P_2} : \frac{1}{P_3} = \frac{1}{25} : \frac{1}{100} : \frac{1}{200} = \frac{8}{200} : \frac{2}{200} : \frac{1}{200} = 8 : 2 : 1.$$
Ответ: 8 : 2 : 1.

7. Описываемая ситуация происходит, например, при фазовом переходе. При этом полученное тепло расходуется на теплоту фазового перехода (теплоту плавления, или парообразования). Например, при кипении воды в чайнике вода получает тепло от плиты, но это тепло расходуется на парообразование, а температура воды остается постоянной.
Ответ: да.

2021 год

1. А) Плотность наружного воздуха при температуре $t = 20℃$

$$\rho = \rho_0 \left(1 - \frac{t}{270}\right)$$

Плотность воздуха в шаре при $t_1 = 36℃$

$$\rho_1 = \rho_0 \left(1 - \frac{t_1}{270}\right)$$

Суммарная сила тяжести Винни-Пуха и воздуха в шаре уравновешивается силой Архимеда:

$$F\text{тяж} = mg + \rho_1 V g \implies M = (\rho - \rho_1)V = \rho_0 V(\frac{t_1 - t}{270})$$

Откуда

$$V = \frac{M}{\rho_0} \cdot \frac{270}{t_1 - t} = \frac{40}{1{,}35} \cdot \frac{270}{36 - 20} = 500\ (\text{м}^3)$$

Ответ А: объём воздушного шара Винни $V = 500\ (\text{м}^3)$

Б) Для Пятачка объём его шара

$$V = \frac{m}{\rho_0} \cdot \frac{270}{t_1 - t}$$

То есть объём уменьшится в $M/_m = 8 = (2)^3$ *раз* по сравнению с Винни-Пухом. Это

значит, радиус шара уменьшится в 2 раза. Запас тепла в шаре определяется массой тёплого газа, то есть у шара Пятачка он в 8 раз меньше, а скорость остывания зависит от площади оболочки, которая у Пятачка только в $(2)^2 = 4$ раза меньше. Значит, шар Пятачка остынет быстрее и снизится раньше.

Ответ Б: шар Пятачка остынет быстрее и снизится раньше.

2. А) За время $t_1 = 12$ с карусель с лошадкой сделает

$$N\text{л} = t_1/t_2 = 12/8 = 1{,}5 \text{ оборота}$$

Пони за это время вновь догоняет лошадку, то есть он делает на один оборот больше:

$$N\text{п} = N\text{л} + 1 = 2{,}5 \text{ оборота}$$

Пусть 1 оборот лошадки имеет длину l, тогда путь пони будет $L = 2l$;

Имеем

$$V\text{п} \cdot t_1 = 2{,}5L = 5l$$

Переведём скорость пони в метры за секунду: $V_п = 36$ км/ч = 10 м/с;

И тогда

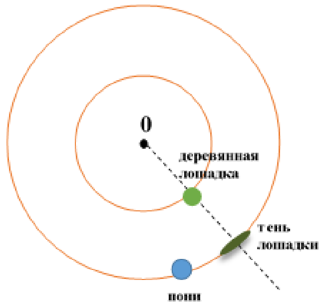
$$L = V\text{п} \cdot \frac{t_1}{2{,}5} = 10 \cdot \frac{12}{2{,}5} = 48(\text{м}) \Rightarrow l = 24\ (\text{м})$$

Откуда

$$V\text{л} \cdot t2 = l \Rightarrow V\text{л} = {}^{l}/_{t_2} = 24/8 = 3\ (\text{м/с}) = 10{,}8\ (\text{км/ч})$$

Ответ А: скорость деревянной лошадки Vл= 3 м/с = 10,8 км/ч

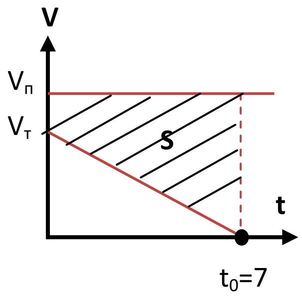
Б) Будем смотреть не на движение лошадки Л, а на движение «тени лошадки» Т, которую бы она отбрасывала от фонаря, расположенного в центре вращения 0, на круг, по которому бежит пони (см. рисунок →).



Скорость тени

$$Vт = 2 \cdot Vл = 6\ (^{м}/_{с})$$

График перемещения пони и тени после выключения карусели выглядит так:



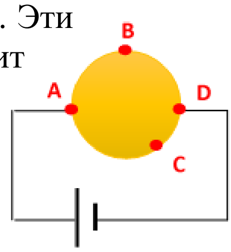
Чтобы понять, успел ли пони за это время обогнать лошадку ещё раз, нужно сравнить «расстояние отставания» тени от пони за время $t_0 = 7\ секунд$ (то есть заштрихованную площадь S между графиками скоростей пони и тени) — с длиной L одного круга:

$$S = Vп \cdot t_0 — Vт \cdot {}^{t_0}/_{2} = (Vп - Vл) \cdot t_0 = (10 - 3) \cdot 7 = 49(м)$$

Так как $S > L = 48(м)$, то тень за 7 секунд отстала от пони больше, чем на один круг и успела до остановки ещё раз упасть на пони. Это и значит, что пони ещё раз догнал лошадку.

Ответ Б: Да, пони успел догнать лошадку.

3. А) Рассмотрим слои – срезы шарика одинаковой маленькой толщины l. Эти слои идут последовательно, значит, через каждый из них проходит одинаковый ток I. Мощность тепла, выделяющегося в слое $P = I^2 R$, где сопротивление слоя



$$R = p\frac{l}{s}, (p - \ удельное\ сопротивление, s\ -\ площадь\ среза)$$

Площадь s наименьшая в слоях вблизи контактов A и D, поэтому максимальное сопротивление и мощность тепловыделения будет вблизи точек контактов A и D.

Ответ А: вблизи контактов А и D

Б) Увеличим все размеры шарика, включая толщину воображаемых слоёв, на которые можно его разбить (см. пункт А) в 1000 раз.

При этом $l \to 1000l; s \to 1000^2 s$, поэтому изменение сопротивления каждого слоя

$$R = p\frac{l}{s} \to p\frac{1000l}{1000^2 s} = \frac{1}{1000}p\frac{l}{s} = \frac{1}{1000}R,$$

то есть сопротивление каждого слоя (и общее сопротивление шара Rш) уменьшается в 1000 раз.

Если бы незнайкина батарейка была идеальной, не имела внутреннего сопротивления и поддерживала постоянное напряжение $u = \varepsilon$ (*ЭДС батарейки*), то общая мощность выделения тепла в шаре $P_ш = {\varepsilon^2}/{R_ш}$ увеличилась бы по сравнению с шариком в 1000 раз. Однако даже в этом случае, так как площадь поверхности шара с которой он отдаёт тепло, возросла бы в $(1000)^2$ = 1 млн раз, общая температура нагрева шара уменьшилась.

Если же ещё учесть, что реальная батарейка имеет внутреннее сопротивление r, то её выходное напряжение

$$u = \varepsilon - Ir = IR_ш,$$

откуда

$$I = \frac{\varepsilon}{R_ш + r}$$

и мощность в шаре

$$P_ш = I^2 R_ш = \frac{\varepsilon^2 R_ш}{(R_ш + r)^2}$$

При уменьшении сопротивления $R_ш$ в 1000 раз, как только станет $R_ш < r$, мощность на шаре перестанет расти и всё большая часть мощности, как при коротком замыкании, начнёт выделяться в самой батарейке; эффект «недонагрева» большого шара при этом лишь усилится.

Ответ Б: большой шар будет нагреваться и светиться слабее маленького

4. А) За время t_1 сгорает

$$M_1 = m_1 \cdot t_1$$

при этом выделяется тепло

$$Q = q \cdot M_1 = q \cdot m_1 \cdot t_1$$

это тепло наверняка не меньше тепла, затрачиваемого на образование N пузырьков объёма V_1, так как радиус увеличился в k=20 раз, то объём в k^3 раз, то есть $V_1 = 20^3 V_0$

Тогда

$$Q \geq N \cdot L \cdot \rho_n \cdot V_1 = N \cdot k^3 L \cdot \rho_n \cdot V_0$$

или

$$q \cdot m_1 \cdot t_1 \geq N \cdot k^3 L \cdot \rho_n \cdot V_0$$

$$N \leq \frac{q \cdot m_1 \cdot t_1}{k^3 \cdot L \cdot \rho_n \cdot V_0} \approx \frac{1{,}15 \cdot 10^7 \cdot 4 \cdot 10^{-4} \cdot 1}{20^3 \cdot 2{,}3 \cdot 10^6 \cdot 0{,}8 \cdot 10^{-9}} = 312{,}5$$

Ответ А: 312 пузырьков

Б) Раньше за время $\cdot\, t_2 = 60$ *секунд* сгорала масса $M = m_1 \cdot t_2$, а стала сгорать M_2. Мощность костра возросла в

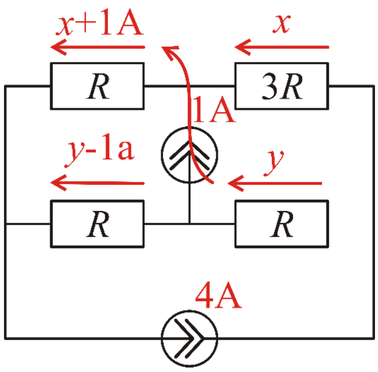
$$M_2/M = 81/(0{,}4 \cdot 60) = 81/24 = 27/8\ \textit{раза}$$

Так как количество пузырьков не изменилось, и температура и давление в пузырьке не изменились (они все всплывают на поверхности при температуре T=100°C и атмосферном давлении), то не изменилась и плотность пара, а значит, если масса пара в каждом пузырьке возросла в 27/8 = $(3/2)^3$раза, то объём тоже возрос в $(3/2)^3$раза, а значит радиус в 3/2 = 1,5 раза.

Ответ Б: радиус пузырьков возрос в 1,5 раза

5. Обозначим силу тока, текущего через сопротивление 3R как x, а силу тока через правый нижний резистор R как y. Тогда из условия, что сила тока, протекающего через нижний источник, равна 4 А получаем x + y = 4 А.

   Через средний источник протекает ток 1 А. Тогда сила тока через левый верхний резистор равна x + 1 А, и сила тока через нижний левый резистор равна y – 1 А.

   Посчитаем разность потенциалов на двух верхних резисторах, которая равна $3Rx + R(x+1)$. Аналогично напряжение на двух нижних резисторах равно $Ry + R(y - 1)$. Эти напряжения равны.

   $3Rx + R(x + 1) = Ry + R(y - 1)$

   Откуда после преобразований получаем $4x + 1 = 2y - 1$. Тогда $x = 1$ А, $y = 3$ А.

   Теперь посчитаем напряжение на источниках тока. Напряжение на нижнем источнике равно напряжению на двух верхних резисторах и равно $3Rx + R(x+1) = 25$ В.

   Напряжение на верхнем источнике равно нулю потому что через два левых резистора с одинаковым сопротивлением течет одинаковый ток.

   Ответ: на верхнем источнике напряжение 0 В, на нижнем – 25 В.

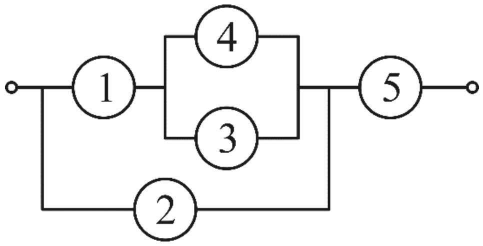
2022 год

1. В данной задаче суммарное количество теплоты в системе из трех мисок остается постоянным. Также заметим, что Машенька из каждой миски зачерпнула одну ложку и в каждую миску вылила одну ложку супа. Поэтому после всех переливаний количество супа в каждой миске не изменилось.

   Можно считать, что изменение температуры супа в мисках произошло за счет обмена теплом между мисками. Тогда средняя миска отдала количество теплоты $2V\rho c\Delta t$. Здесь ρ – плотность, а c – теплоемкость супа, Δt = 1°С – модуль изменения температуры супа в средней миске. Большая миска получила количество теплоты $4V\rho c\Delta t$. Тогда из уравнения баланса тепла следует, что маленькая миска отдала количество теплоты $2V\rho c\Delta t$, а температура супа в маленькой миске уменьшилась на $2\Delta t$ = 2°С.

   Ответ: уменьшится на 2°С.

2. Перерисуем схему (см. рис.) и обозначим сопротивление амперметра старой модели R и сопротивление улучшенного амперметра r.

   Из перерисованной схемы видно, что амперметры 3 и 4 соединены параллельно. По условию показания этих амперметров равны, значит их сопротивления одинаковы и оба этих амперметра старой модели.

   Предположим, что амперметры 1 и 2 тоже старой модели. Посчитаем напряжение на цепочке из амперметров 1, 3 и 4. Оно будет равно $I_1R + I_3R$. Параллельно этой цепочке подключен амперметр 2, поэтому $I_1R + I_3R = I_2R$. Но по условию задачи $I_1 + I_3 > I_2$. Мы пришли к противоречию, следовательно, один из амперметров 1 или 2 новой модели. Известно, что у нового амперметра сопротивление меньше. Если новый амперметр будет стоять на месте 2, то напряжение на нем будет еще меньше, поэтому новый амперметр стоит на месте 1.

   Из условия равенства напряжений на амперметрах 1-3 и 2 получаем $I_1r + I_3R = I_2R$. Преобразуем $I_1r == I_2R - I_3R$, откуда

   $$\frac{r}{R} = \frac{I_2 - I_3}{I_1} = \frac{1}{2}$$

   То есть сопротивление улучшенного амперметра меньше в 2 раза.

   Ответ: А) на месте 1; Б) в 2 раза.

3. Сначала в силу равновесия было равенство давлений воды и масла: $P_M = \rho_M \cdot g \cdot h_M = P_B = \rho_B \cdot g \cdot h_B$ (1).
   Объем масла при нагреве на $1°C$ увеличится в 1,001 раза, то есть на $\Delta V = 0{,}001V$, при этом, т.к. сосуд размеры не меняет, весь избыточный объем удлинит столбик масла в трубках на $h = \Delta V/S = 0{,}001V/S = 0{,}9$ *см.* При этом плотность масла уменьшится в 1,001 раза.
   А) Предположим, положение границы масло-вода не изменится, тогда новое давление масла станет: $P = \frac{1}{1{,}001} \cdot \rho_M \cdot g \cdot (h_M + h)$. Так как $h_M + h = 10{,}9 > 10{,}01 = 1{,}001h_M$, то

высота увеличится сильнее(в большее количество раз),чем плотность уменьшится, поэтому новое давление масла $P > P_M = P_B$ и граница поедет *направо.*

Б) Пусть граница переместится вправо на x, тогда столб масла слева опустится на x и станет $(h_M + h - x)$, а столб воды справа поднимется и станет $(h_B + x)$. Приравняем новые давления слева и справа:

$\frac{1}{1{,}001} \cdot \rho_M \cdot g \cdot (h_M + h - x) = \rho_B \cdot g \cdot (h_B + x)$. (2)

Подставим числа. Поскольку, в силу уравнения (1), плотность масла составляет 0,8 плотности воды, подставив всё в уравнение (2) и сократив на g получим:

$$\frac{1}{1{,}001} \cdot 0{,}8 \cdot (10 + 0{,}9 - x) = 1 \cdot (8 + x).$$

Решив, находим $x \approx 0{,}4$ *см*.

Ответ: А) направо; Б) $x \approx 0{,}4$ *см*.

4. Если стержень горизонтален, то длины, а значит и удлинения (растяжения) пружин одинаковы, поэтому как для случая А) , так и для случая Б) сила в точке во столько же раз больше силы в точке Б, во сколько раз отличаются жесткости: $F_A = nF$, $F_B = F$. (величина F для случаев А) и Б) вообще говоря, разная).

А) (См. *рис.* 1). Сумма упругих сил уравновешивает силы тяжести грузов:

$nF + F = Mg + mg$ (1).

Центр масс стержня находится посередине (и можно считать, что сила mg приложена в центре), поэтому суммарные силы В точке А и в точке Б одинаковы (и равны $\frac{1}{2}mg$).

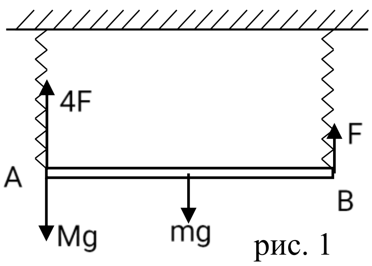


рис. 1

$nF - Mg = F = \frac{1}{2}mg$ (2).

Совместное решение системы уравнений (1) и (2) дает

$Mg = \frac{1}{2}(n-1)mg$=(подставляем $n = 4$) = $\frac{3}{2}mg$ => $M = \frac{3}{2}\ m$.

Б) (См.*рис.* 2) Силы в точках А и Б теперь уравновешивают силы тяжести груза $3mg$ и стержня mg:

$nF + F = 3mg + mg = 4mg. => F = \frac{4}{n+1} \cdot mg$. (3).

Рассмотрим моменты сил относительно точки А. Силы $3mg$ и mg создают вращательный момент по часовой стрелке и уравновешиваются моментом силы F:

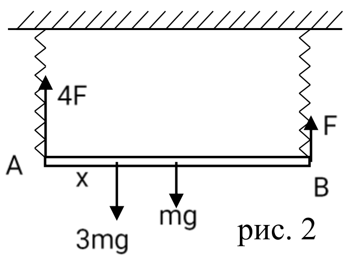


рис. 2

$3mg \cdot x + mg \cdot 1/2\, L = F \cdot L$.

Подставляя F из формулы (3) и сократив на mg, получаем:

$x = \frac{1}{3}\left(\frac{4}{n+1} - \frac{1}{2}\right) \cdot L =$ (подставляем $n = 4$) $= \frac{1}{10}L = 0{,}1$ (*м*)

Ответ: А) $M = \frac{3}{2}\ m$; Б) $x = 0{,}1$ (*м*).