Решение вступительной олимпиады по физике. 8 класс. 2025

1. Незнайкины кристаллы

Незнайка нашел в своем пруду кристаллы кубической формы из некоторого вещества. Он взял кристалл с ребром a, поднял его на поверхность, поставил на доску длиной $L = 4a$ и массой $m = 1$ кг, подпёр её камнем в точке края кристалла и уравновесил гирей тоже массой $m = 1$ кг (см. рис. 1).

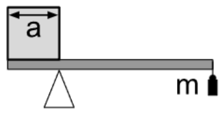


рис. 1

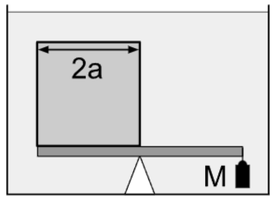


рис. 2

А) Найдите массу этого кристалла.

Б) Потом Незнайка увидел кристалл с ребром $2a$, но не смог поднять его на поверхность и потому уравновесил его прямо под водой с помощью той же доски и гири массой $M = 15$ кг (см. рис. 2). Найдите плотность кристаллов.

Если нужно: плотность воды $\rho_в = 1 \frac{г}{см^3}$, доски $\rho_д = 0{,}6 \frac{г}{см^3}$, гирь $\rho_г = 5 \frac{г}{см^3}$.

Ответ: А) 8 кг. **Б)** 1,6 г/ см^3.

Решение: А) Напишем правило для равновесия рычага с маленьким кубом-кристаллом массы $М_к$ (см. рис.1). Сила тяжести куба приложена к его центру масс. Также можно считать и про силу тяжести самой доски-рычага, что она приложена к её середине. Тогда

$$M_к g \frac{a}{2} = mga + mg \cdot 3a \qquad (1)$$

Отсюда получаем $М_к = 8m = 8$ кг

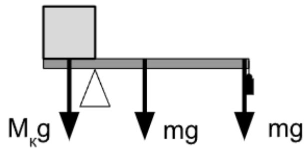


рис. 1

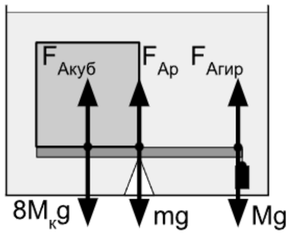


рис. 2

Б) При увеличении размера ребра куба-кристалла в 2 раза, его объем (а значит при той же плотности и масса) увеличились в $2^3 = 8$ раз. Кроме того, под водой на все объекты действует сила Архимеда. Напишем правило рычага в новом положении с учетом сил Архимеда (см. рис.2):

$$(8M_к g - F_{A_{куб}})a = \left(Mg - F_{A_{гир}}\right)2a. \qquad (2)$$

Силы, действующие на рычаг при записи моментов, не надо учитывать, т.к. они все приложены к середине доски и имеют нулевое плечо. Для кристалла: $F_{A_{куб}} = \rho V_к g = \rho \cdot 8M_к/\rho_к \cdot g$ или $F_{A_{куб}} = \rho/\rho_к \cdot 8M_к g$. Аналогично: $F_{A_{гир}} = \rho/\rho_г \cdot Mg$ (здесь ρ – плотность воды). Подставив силы Архимеда в уравнение (2), и сократив на a и на g получим: $8M_к\left(1 - \frac{\rho}{\rho_к}\right) = 2M\left(1 - \frac{\rho}{\rho_г}\right)$.

Подставляя значения масс, из этого уравнения найдем неизвестную плотность кристалла:

$$64\left(1 - \frac{\rho}{\rho_к}\right) = 30\left(1 - \frac{\rho}{\rho_г}\right) \Rightarrow \rho_к = \frac{32\rho\rho_г}{17\rho_г + 15\rho} = 1{,}6 \ \ (г/\,см^3)\,.$$

2. Маша и мороженое

Маша ест мороженое только растаявшим, хотя и хранит в морозильнике. Как-то Маша купила контейнер мороженого и заморозила его до определенной температуры, но затем её брат Петя вытащил контейнер и положил на батарею. Спустя время $t_1 = 12$ мин Маша обнаружила контейнер, съела всё растаявшее мороженое (его было по массе половина), убрав остальное в морозилку. Во 2-й раз Маша купила 4 таких же контейнера мороженого и так же заморозила, но Петя вытащил и поставил на батарею все четыре. Теперь Маша обнаружила контейнеры на батарее через $t_2 = 6$ мин и снова съела все растаявшее мороженое, которого оказалось по массе столько же, сколько в 1-й раз.

А) Найдите температуру замерзшего мороженого. Считайте, что батарея греет каждый контейнер с одинаковой мощностью, а растаявшее мороженое очень хорошо проводит тепло.

Б) В 3-й раз Маша поставила один контейнер замерзшего мороженого на стол, а сама увела Петю гулять. Сколько она должна гулять с братом, если хочет, придя, сразу съесть всё мороженое? Считайте, что на столе мороженое получает тепло в 5 раз медленнее, чем на батарее.

Если нужно: удельные теплоемкости замерзшего мороженого $c_м = 2{,}0 \frac{Дж}{г\cdot°C}$, растаявшего $c_р = 4{,}0 \frac{Дж}{г\cdot°C}$, удельная теплота плавления мороженого $\lambda = 320 \frac{Дж}{г}$. Мороженое плавится при $T_0 = 0°C$.

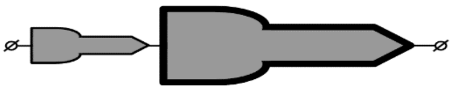
Ответ: А) $-40°C$. **Б)** 100 мин.

Решение: А) Пусть мощность нагрева батареей одного контейнера массы m равна P. Эта мощность пошла на нагрев всей массы мороженого от начальной температуры $-T°C$ до температуры таяния $0°C$, и плавление массы $\frac{m}{2}$.

Записываем уравнение теплового баланса для первого случая: $Pt_1 = cm\big(0-(-T)\big) + \lambda\frac{m}{2}$ или
$Pt_1 = cmT + \lambda\frac{m}{2}$. (1)
Во втором случае контейнеров 4, мощность их общего нагрева батареей $4P$, но плавится снова $\frac{m}{2}$:
$4Pt_2 = 4cmT + \lambda\frac{m}{2}$. (2)
Поделив уравнение (2) на уравнение (1) получим:
$\frac{4t_2}{t_1} = \frac{4cT+\frac{\lambda}{2}}{cT+\frac{\lambda}{2}}$.
Из этого соотношения можно найти неизвестное T или сразу подставив числа или перемножив перекрестные члены пропорции и решив уравнение относительно T: $T = \frac{\lambda}{8c}\frac{4t_2-t_1}{t_1-t_2}$. Подставляя числа:
$T = \frac{320000}{8\cdot 2000}\cdot\frac{4\cdot 6-12}{12-6} = 40°C$.

Б) Запишем условия таяния всей массы контейнера мороженного m при условии мощности $\frac{1}{5}P$:
$\frac{1}{5}Pt = cmT + \lambda m$. (3).
Решаем совместно уравнения (1), (2) и (3). Например, вычитая из уравнения (3) уравнение (1) получим $\frac{1}{5}Pt - Pt_1 = \lambda\frac{m}{2}$, а вычитая из учетверенного уравнения (1) уравнение (2) получим: $4Pt_1 - 4Pt_2 = 3\lambda\frac{m}{2}$.
Поделив эти уравнения друг на друга, получим $\left(\frac{1}{5}t - t_1\right)/(4t_1 - 4t_2) = 1/3$, откуда
$t = 5\left(\frac{7}{3}t_1 - \frac{4}{3}t_2\right) = 100$ мин.
__Замечание__: из условий задачи нельзя по отдельности найти массу контейнера m и мощность его нагрева P.

3. Ракеты-сопротивления



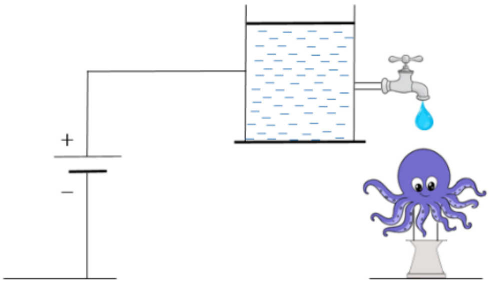
У Вани есть две ракеты одинаковой формы из одинакового однородного материала, которые он использует как сопротивления в электрических схемах. При соединении ракет последовательно (см. рис), они дают сопротивление всей схемы $R = 13$ Ом, при параллельном же соединении $r = \frac{40}{13}$ Ом.
А) Найдите сопротивления ракет по отдельности.
Б) Ракета с бо́льшим сопротивлением имеет массу $m = 125$ г. Найдите массу другой ракеты.

Ответ: А) 5 Ом и 8 Ом. **Б)** 512 г.

Решение: А) Обозначим сопротивления ракет как R_1 и R_2. Для последовательного соединения можем написать, что $R = R_1 + R_2$, для параллельного $r = \frac{R_1R_2}{R_1+R_2} = \frac{R_1R_2}{R}$. Откуда $R_1 + R_2 = 13$ Ом и $R_1R_2 = 40$ Ом^2. Решая систему, получаем $R_1 = 5$ Ом, $R_2 = 8$ Ом.

Б) Сопротивление ракеты зависит от ее формы следующим образом: $R = \alpha\rho\frac{l}{S}$, где α −коэффициент, зависящий от формы проводника (для цилиндрических проводников $\alpha = 1$). Так как формы ракет одинаковые, то коэффициент α для них одинаковый. Тогда $\frac{R_1}{R_2} = \alpha\rho\frac{l_1}{S_1} : \alpha\rho\frac{l_2}{S_2} = \frac{l_1}{l_2}\cdot\frac{S_2}{S_1} = k\cdot\frac{1}{k^2} = \frac{1}{k}$, где k – коэффициент подобия ракет. $k = \frac{R_2}{R_1} = \frac{8}{5}$. Объем (а вместе с ним и масса) растет пропорционально k^3, $\frac{m_1}{m_2} = \frac{V_1}{V_2} = k^3$, откуда $m_1 = k^3m_2 = \frac{8^3\cdot 125\text{ г}}{5^3} = 512$ г ($R_2 > R_1$, поэтому $m_2 = m = 125$ г – ме́ньшая из масс ракет).

4. *Лера заряжает осьминожка*



Лера решила положительно зарядить своего любимого осьминожка. Для этого она подключила «+» батарейки к большому сосуду с водой, и капает маленькими положительными капельками (1 капля в 6 секунд) на осьминожка, сидящего на электроизолирующей подставке (см. рис). Заряд одной капли равен +1 (в условных единицах измерения). Капли, прокатившись, стекают с осьминожка.

А) Оказалось, что со временем осьминожек заряжается всё медленнее. Объясните, почему так происходит.

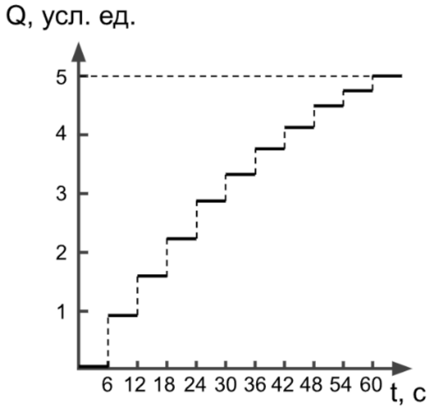
Б) Постройте примерный график заряда осьминожка за одну минуту, если за это время он приобрел общий заряд +5.

В) Лере сказали, что осьминожкам полезен только отрицательный заряд, и после минуты «положительного» капанья она срочно сменила полюса батарейки и минуту так же капала капельками заряда -1. Каким в итоге (положительным, отрицательным или нулем) станет заряд осьминожка. Ответ обоснуйте.

Ответ: А) см. решение. **Б)** см. решение. **В)** отрицательным**.**

Решение: А) Капли, стекающие с осьминожка, не электро-нейтральны, но уносят некоторый заряд, пропорциональный заряду осьминожка. Чем более положительно заряжен осьминожек, тем больше положительного заряда останется на капле, а значит, сам осьминожек от этой капли зарядится **меньше.**

Б) Поскольку зарядка идет с замедлением и отдельными каплями в определенные моменты времени (через 6 с), то на графике будет набор ступенек все меньше высоты:



В) Пока осьминожек заряжен положительно, капли, стекающие с него, тоже положительно заряжены. А значит, суммарный заряд капель, стёкших с осьминожка, будет оставаться положительным. Но после 1 минуты «отрицательного» капанья суммарный заряд всех капель, упавших на осьминожка, равен нулю. Значит, осьминожек никак не может остаться к этому моменту заряженным положительно: на него упал в сумме ноль, а стек «+» заряд. Нейтральным заряд осьминожка в этот момент тоже стать не может: до этого он был положительно заряжен и с него падали только «+» капли. В итоге осьминожек зарядится отрицательно.