

Про наибольшие и наименьшие.

№ п/п	Задача	Идея
1	По окружности выписано 10 чисел, сумма которых равна 100. Известно, что сумма каждых трех чисел, стоящих рядом, не меньше 29. Укажите такое наименьшее число A , что в любом наборе чисел, удовлетворяющем условию, каждое из чисел не превосходит A .	<ul style="list-style-type: none"> • Упорядочивание по возрастанию • Метод оценки • Оценка +пример • ...
2	Найдите наибольшее натуральное число, делящееся на 990, в записи которого каждая цифра встречается ровно по одному разу.	<ul style="list-style-type: none"> • Разложение в произведение простых чисел • Признаки делимости • Метод оценки • Оценка +пример • ...
3	На плоскости расположены четыре различных окружности. Назовем точкой пересечения точку, в которой пересекаются не менее двух окружностей. Найдите наибольшее возможное число точек пересечения четырех окружностей	<ul style="list-style-type: none"> • Формулы и правила вычислительной комбинаторики • Метод оценки • Оценка +пример • ...
4	Найти количество всех пятизначных чисел \overline{abcde} , все цифры которых различны и $a < b < c > d > e$.	<ul style="list-style-type: none"> • Разбиение на случаи • Формулы и правила вычислительной комбинаторики • “С – эксперт!” • ...
5	Каждый из 2017 учащихся средней школы изучает английский или немецкий язык. Английский язык изучают от 70% до 85% от общего числа учащихся, а оба языка изучают от 5% до 8%. Какое наибольшее число школьников может изучать немецкий язык?	<ul style="list-style-type: none"> • Формула включений-исключений • Метод оценки • Оценка +пример • ...
6	Найдите наименьшее целое положительное число, представимое в виде $20x^2 + 80xy + 95y^2$ для некоторых целых чисел x и y . Строго обоснуйте ответ.	<ul style="list-style-type: none"> • Сравнения по модулю • Метод оценки • Оценка +пример • ...
7	Найдите наименьшее натуральное число, которое можно получить при подстановке натуральных чисел вместо переменных в следующее выражение $13x^2 + y^2 + z^2 - 4xy - 6xz + y$.	<ul style="list-style-type: none"> • Выделение целого квадрата • Метод оценки • Оценка +пример • ...
8	Дан правильный треугольник ABC со стороной 2. Точка K лежит на продолжении стороны AC за точку A , точка N лежит на прямой, параллельной прямой AC и проходящей через точку B , причем $ AK = 2$, $ BN = 1$. Рассматриваются такие ломаные $KLMN$, что точка L лежит на стороне AB , точка M лежит на стороне BC , а отрезок LM параллелен стороне AC . Найдите наименьшее возможное значение суммы $ KL + MN $, если $ AN > CN $.	<ul style="list-style-type: none"> • Про наименьшую длину ломаной • Метод оценки • ...
9	В школах № 1 и № 2 учащиеся писали тест. Из каждой школы тест писали по крайней мере два учащихся. Каждый учащийся, писавший тест, набрал натуральное количество баллов. Оказалось, что в каждой школе средний балл был целым числом. В первой школе он составил 54 балла. После этого один из учащихся, писавших тест, перешел из школы № 1 в школу № 2, при этом средние баллы за тест увеличились на 12.5% в обеих школах. Какой минимальный средний балл мог быть у учащихся во второй школе?	<ul style="list-style-type: none"> • Составление уравнения в целых числах • Методы решения уравнения в целых числах (метод спуска) • Метод оценки • Оценка +пример • ...